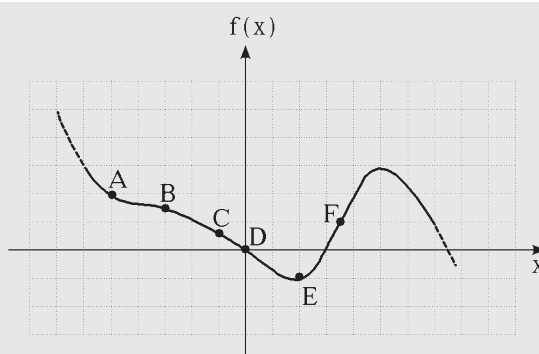


## פונקציה וגרף של הפונקציה



בסרטוט נתונה העקומה  $f(x)$ , המתארת את הקשר בין אינסוף ערכי  $x$  לערכי  $y$  (ערכי הפונקציה).

על העקומה נתונות כמה נקודות:

הנקודה	A	B	C	D	E	F
$x$	-5	-3	-1	0	2	3.5
$y$	2	$1\frac{1}{2}$	0.5	0	-1	1

כפי שרואים, העקומה הנתונה  $y=f(x)$  מתארת את הקשר שבין ערכי  $x$  מסוימים לבין ערכי  $y$  (חלקם מופיעים בטבלה). בהתבוננות בסרטוט ניתן לקבוע חד-משמעית, כי לכל ערך של  $x$  מתאים ערך אחד ויחיד של  $y$ . במקרה זה אומרים כי נתונה הפונקציה  $y=f(x)$ , והעקומה שבסרטוט נקראת גרף הפונקציה  $y=f(x)$ .

### הגדרה

להתאמה  $y=f(x)$  קוראים פונקציה, אם לכל ערך של  $x$  מתאים ערך יחיד של הפונקציה (של ה- $y$ ).

כאשר נתבונן בטבלה, נראה כי:

לערך  $x=-5$  מתאים ערך יחיד של הפונקציה, והוא:  $y=2$ .

לערך  $x=-3$  מתאים ערך יחיד של הפונקציה, והוא:  $y=1\frac{1}{2}$ .

לערך  $x=0$  מתאים ערך יחיד של הפונקציה, והוא:  $y=0$ .  
וכו'.

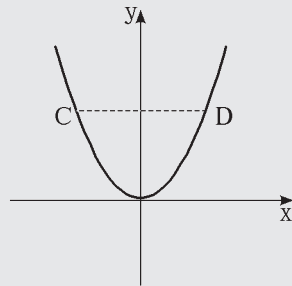
כפי ששמתם לב, כאשר השתמשנו במושג ערך הפונקציה, התכוונו לערך של ה- $y$ .

זכרו!

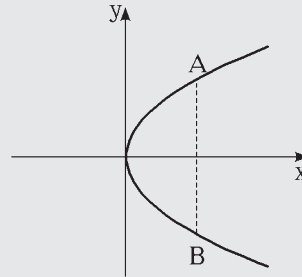
ערך הפונקציה  $y = f(x)$

קיימות עקומות שאינן מתארות גרף של פונקציה, מאחר שאינן מקיימות את הגדרת הפונקציה, הדורשת שלכל  $x$  יהיה ערך יחיד של  $y$ . כלומר: אם על עקומה מצוינות נקודות שיש להן אותו שיעור  $x$ , אין העקומה מהווה גרף של פונקציה. לעומת זאת, אם על עקומה מצוינות נקודות שיש להן אותו שיעור  $y$ , אך שיעור ה- $x$  שונה, אזי מהווה העקומה גרף של פונקציה.

ציור ב'



ציור א'



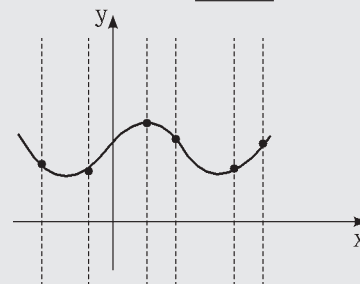
העקומה שבציור א' אינה גרף של פונקציה, מכיוון שמצוינות עליה נקודות בעלות אותו שיעור  $x$  ושיעור  $y$  שונה (כלומר לאותו  $x$  יש שני ערכי  $y$ ) לדוגמה: הנקודות A ו-B. מצב זה נוגד את הגדרת הפונקציה.

העקומה שבציור ב' היא גרף של פונקציה, מכיוון שלכל  $x$  על הגרף מתאים  $y$  יחיד. ייתכן שיש נקודות בעלות שיעור  $y$  זהה, אך שיעור ה- $x$  שונה - לדוגמה: הנקודות C ו-D; אך מצב זה אינו נוגד את הגדרת הפונקציה.

**טיפ**

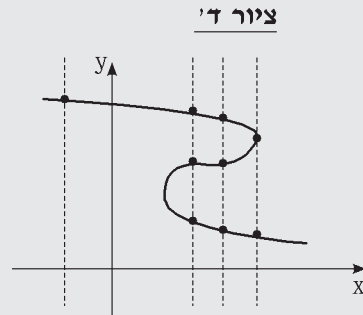
כדי לקבוע אם עקומה היא גרף של פונקציה או לא, העבירו בדמיונכם ישרים מקבילים לציר ה- $y$ . אם הישרים חותכים את העקומה פעם אחת בלבד, אזי העקומה היא גרף של פונקציה.

ציור ג'



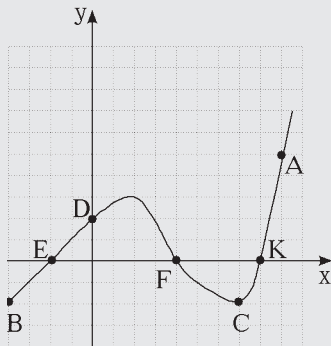
העקומה היא גרף של פונקציה, כי כל ישר, המקביל לציר ה- $y$ , חותך את העקומה בנקודה אחת בלבד.

העקומה אינה גרף של פונקציה, מאחר שיש ישרים, המקבילים לציר ה- $y$  והחותכים את העקומה יותר מאשר בנקודה אחת.



נתבונן בדוגמאות הבאות:

#### דוגמה א'



בציור מתואר גרף הפונקציה  $y=f(x)$ .

- מצאו את ערך הפונקציה כאשר  $x=9$ .
- מצאו את ה- $x$ , שעבורו ערך הפונקציה שווה ל- $-2$ .
- מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- מצאו את ערכי  $x$ , שעבורם ערכי הפונקציה מתאפסים.

פתרון:

- למצוא את ערך הפונקציה, פירושו למצוא את ערך ה- $y$  כאשר  $x=9$ .  
תשובה:  $f(9)=5$ , כלומר הנקודה היא A.
  - ערך הפונקציה  $-2$ , פירושו  $y=-2$  או  $f(x)=-2$ . כלומר יש למצוא  $x$  כאשר  $f(x)=-2$ . יש שני ערכי  $x$ , שעבורם  $f(x)=-2$ , והם:  $x=7$  ו- $x=4$ .  
תשובה:  $f(7)=-2$ ,  $f(4)=-2$ . כלומר הנקודות הן B ו-C.
  - למעשה אנו מתבקשים למצוא את הערך של הפונקציה עבור  $x=0$ .  
תשובה:  $f(0)=2$ , כלומר הנקודה היא D.
  - ערכי הפונקציה מתאפסים, כלומר  $f(x)=0$ . במילים אחרות: אנו מתבקשים למצוא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .  
 $f(x)=0 \Rightarrow x=-2, x=4, x=8$
- תשובה:  $f(-2)=0$ ,  $f(4)=0$ ,  $f(8)=0$ . כלומר נקודות החיתוך הן E, F ו-K.

**דוגמה ב'**

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

א. מצאו את ערך הפונקציה כאשר  $x=1$ .

ב. מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

ג. מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה מתאפס.

פתרון:

א. אנו מתבקשים למצוא את  $f(1)$ ,  $f(1) = 1^3 - 5 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 = 2$ , כלומר  $f(1) = 2$ .

ב. אנו מתבקשים למצוא את  $f(0)$ ,  $f(0) = 0^3 - 5 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 = 0$ , כלומר  $f(0) = 0$ .

הגרף חותך את ציר ה- $y$  בראשית הצירים.

ג. אנו מתבקשים למצוא  $x$ , שעבורו  $f(x) = 0$ .

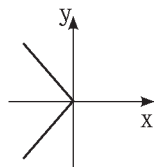
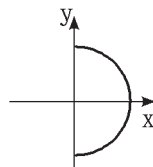
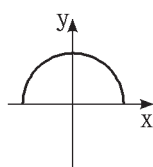
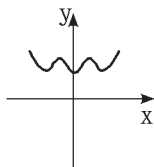
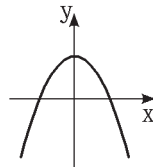
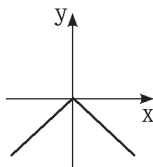
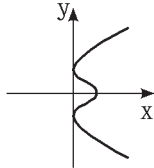
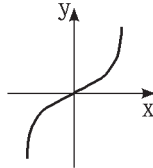
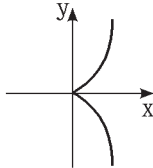
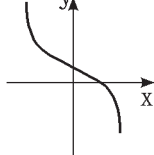
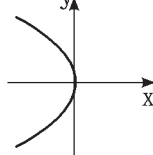
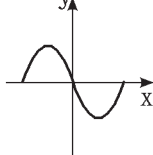
$$f(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$\boxed{x = 0} \quad \text{או} \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2} \quad \boxed{x = 3}$$

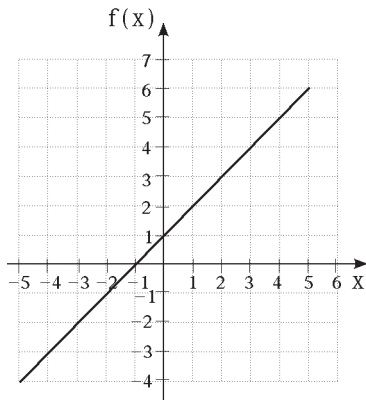
כלומר  $f(0) = 0$ ,  $f(2) = 0$ ,  $f(3) = 0$ .

**תרגילים**

5. קבעו באילו מהציורים הבאים מתואר גרף של פונקציה.

	ג.		ב.		א.
	ד.		ה.		ז.
	ט.		ח.		י.
	יב.		יא.		י.

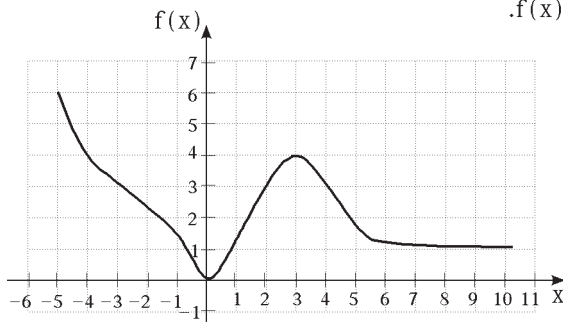
תשובות: א) כן, ב) לא, ג) לא, ד) כן, ה) כן, ו) כן, ז) לא, ח) כן, ט) לא, י) כן, יא) לא, יב) כן



6. בציור מתואר הגרף של הפונקציה  $f(x)$ .
- מצאו את  $f(x)$  עבור  $x = 1$ .
  - מצאו את ערך הפונקציה עבור  $x = -3$ .
  - מצאו את שיעור ה- $y$  של  $x = 4$ .
  - מצאו את  $x$ , שעבורו  $f(x) = 6$ .
  - מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה הוא 3.
  - מצאו את  $x$  עבור  $y = -1$ .
  - מצאו את נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- $y$ .

ח. מצאו את ה- $x$ , שעבורו ערך הפונקציה מתאפס.

תשובות: א) 2 ב) -2 ג) 5 ד) 5 ה) 2 ו) -2 ז) (0;1) ח) -1



7. בציור מתואר הגרף של הפונקציה  $f(x)$ .

- מצאו את ערך הפונקציה עבור  $x = -5$ .
- מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה הוא 3.
- מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה הוא 4.
- מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה מתאפס.

תשובות: א) 6 ב) 4, 2, -3 ג) -4, 3 ד) 0

8. נתונה הפונקציה  $y = x + 3$ .

- מצאו את ערך הפונקציה עבור  $x = -4$ .
  - מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה הוא 9.
  - מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- תשובות: א) -1 ב) 6 ג) (-3;0), (0;3)

9. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2$ .

- מצאו את  $f(1)$ .
  - מצאו את ערך הפונקציה עבור  $x = -1$ .
  - מצאו את  $x$ , שעבורו  $f(x) = 9$ .
  - מצאו את  $x$ , שעבורו הפונקציה מקבלת את הערך 16.
  - מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה הוא 0.
- תשובות: א) 1 ב) 1 ג)  $\pm 3$  ד)  $\pm 4$  ה) 0

10. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .
- א. מצאו את  $f(0)$ .
- ב. מצאו את  $x$ , שעבורו  $f(x) = 0$ .
- תשובות: א) 3, ב) 1, 3
11. נתונה הפונקציה  $g(x) = x^2 - 7x + 10$ .
- מצאו את ה- $x$ ים, אם ידוע שערך הפונקציה הוא 0.
- תשובה: 2, 5
12. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2 - x - 2$  עם הצירים.
- תשובה:  $(0; -2)$ ,  $(-1; 0)$ ,  $(2; 0)$
13. נתונה הפונקציה  $h(x) = x^3 - 8x^2 + 7x$ .
- א. מצאו את  $h(0)$ .
- ב. מצאו את  $x$ , שעבורו ערך הפונקציה מתאפס.
- תשובות: א) 0, ב) 0, 1, 7
14. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x) = x^3 - 10x^2 + 24x$  עם הצירים.
- תשובה:  $(0; 0)$ ,  $(4; 0)$ ,  $(6; 0)$
15. א. הוכיחו כי גרף הפונקציה  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$  עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצאו שתי נקודות נוספות, שבהן חותך הגרף  $f(x)$  את ציר ה- $x$ .
- תשובות:  $(2; 0)$ ,  $(-5; 0)$