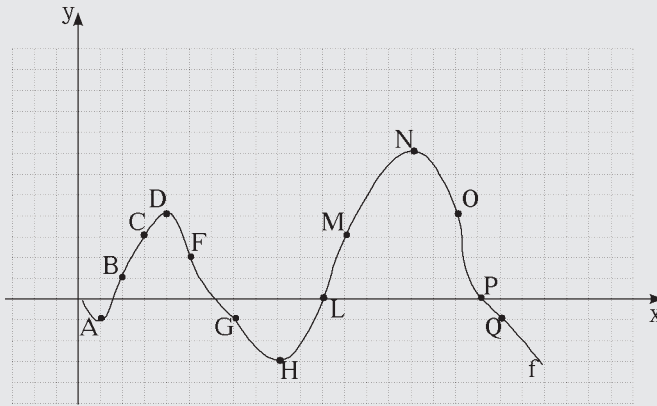


תחומי עלייה וירידה

לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$, ועליה מסומנות נקודות. נרשום את שיעורי הנקודות.



A(1;-1)	L(11;0)
B(2;1)	M(12;3)
C(3;3)	N(15;7)
D(4;4)	O(17;4)
F(5;2)	P(18;0)
G(7;-1)	Q(19;-1)
H(9;-3)	

שימו לב!

א. במסלול $A(1;-1) \rightarrow B(2;1) \rightarrow C(3;3) \rightarrow D(4;4)$ גדלים ערכי ה- x של הנקודות: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. גם ערכי ה- y של הנקודות גדלים: $-1 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. במקרה זה אומרים שהפונקציה עולה בין הנקודות A ל- D (ללא הכללת הנקודות A ו- D) ורושמים: הפונקציה עולה עבור $1 < x < 4$ (כלומר: הפונקציה עולה עבור ערכי x שבין 1 לבין 4).

הגדרה

אם בתחום מסוים גורמת ההגדלה של ערכי ה- x להגדלת ערכי ה- y , אזי הפונקציה עולה בתחום זה.

כלומר: אם $x_2 > x_1$

↓

$(y_2 > y_1) \quad f(x_2) > f(x_1)$

↓

הפונקציה עולה

ב. במסלול $D(4;4) \rightarrow F(5;2) \rightarrow G(7;-1) \rightarrow H(9;-3)$ גדלים ערכי ה- x של הנקודות: $4 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9$, אך ערכי ה- y של הנקודות קטנים: $4 \rightarrow 2 \rightarrow -1 \rightarrow -3$. במקרה זה אומרים שהפונקציה יורדת בין הנקודות D ל- H (ללא הכללת הנקודות D ו- H) ורושמים: הפונקציה יורדת עבור $4 < x < 9$ (כלומר: הפונקציה יורדת עבור ערכי x שבין 4 לבין 9).

הגדרה

אם בתחום מסוים גורמת ההגדלה של ערכי ה- x להקטנת ערכי ה- y , אזי הפונקציה יורדת בתחום זה.

כלומר: אם $x_2 > x_1$

↓

$$f(x_2) < f(x_1) \quad (y_2 < y_1)$$

↓

הפונקציה יורדת

ג. בדומה לסעיף א' ניתן לרשום, שהפונקציה עולה שוב עבור $9 < x < 15$ (במסלול $H \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow N$).

ד. בדומה לסעיף ב' ניתן לרשום, שהפונקציה יורדת שוב עבור $x > 15$ (במסלול $N \rightarrow O \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow \dots$).

בסרטוט שבעמוד קודם ניתן לראות, שהנקודות A, D, H ו-N הן נקודות ה"שבירה", כלומר הנקודות שבהן גרף הפונקציה עובר מירידה לעלייה, ולהפך.

בנקודות D ו-N עובר גרף הפונקציה מעלייה לירידה.

לנקודות הללו קוראים **נקודות מקסימום**, ומסמנים אותן כך: (4:4) מקסימום, (15:7) מקסימום.

בנקודות A ו-H עובר גרף הפונקציה מירידה לעלייה.

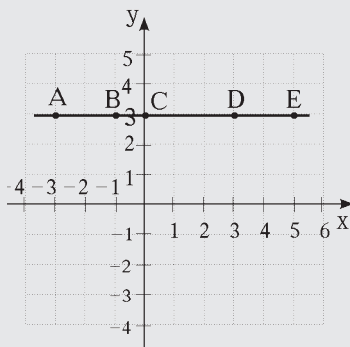
לנקודות הללו קוראים **נקודות מינימום**, ומסמנים אותן כך: (1;-1) מינימום, (9;-3) מינימום.

לנקודות "שבירה" אלו (כלומר לנקודות המינימום והמקסימום) קוראים בשם כללי **נקודות קיצון**.

כפי שצוין, גרף הפונקציה עולה בתחום $1 < x < 4$. פירושו של דבר שהפונקציה עולה בכל נקודה, ששיעור ה- x שלה נמצא בתחום זה: בנקודה B(2:1) הפונקציה עולה, בנקודה F(5:2) הפונקציה יורדת, בנקודה M(12:3) הפונקציה עולה, וכו'.

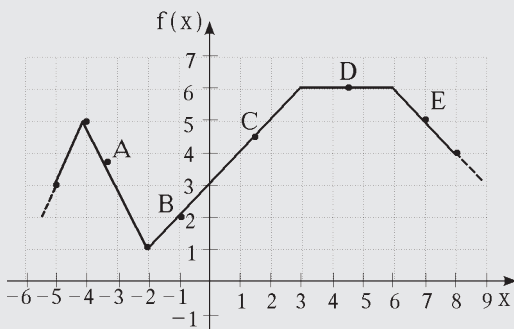
לעומת זאת, הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת בנקודות המינימום והמקסימום (כי הן נקודות "שבירה").

לדוגמה: בנקודה H(9;-3) הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת.



נתבונן בגרף הפונקציה הבא.
 רואים שגרף הפונקציה הוא ישר, המקביל לציר ה- x ,
 ועליו מסומנות כמה נקודות. במסלול
 $A(-3;3) \rightarrow B(-1;3) \rightarrow C(0;3) \rightarrow D(3;3) \rightarrow E(5;3)$
 שיעור ה- x משתנה: $-3 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow 3 \rightarrow 5$
 ושיעור ה- y נשאר קבוע ושווה ל- 3 .
 ניתן אפוא לומר, שהפונקציה אינה עולה ואינה יורדת,
 אלא נשארת קבועה.
 מכאן שכאשר ערכי ה- x של נקודות על גרף הפונקציה
 משתנים – אך ערכי ה- y נשארים קבועים ללא שינוי –
 נקראת הפונקציה קבועה.

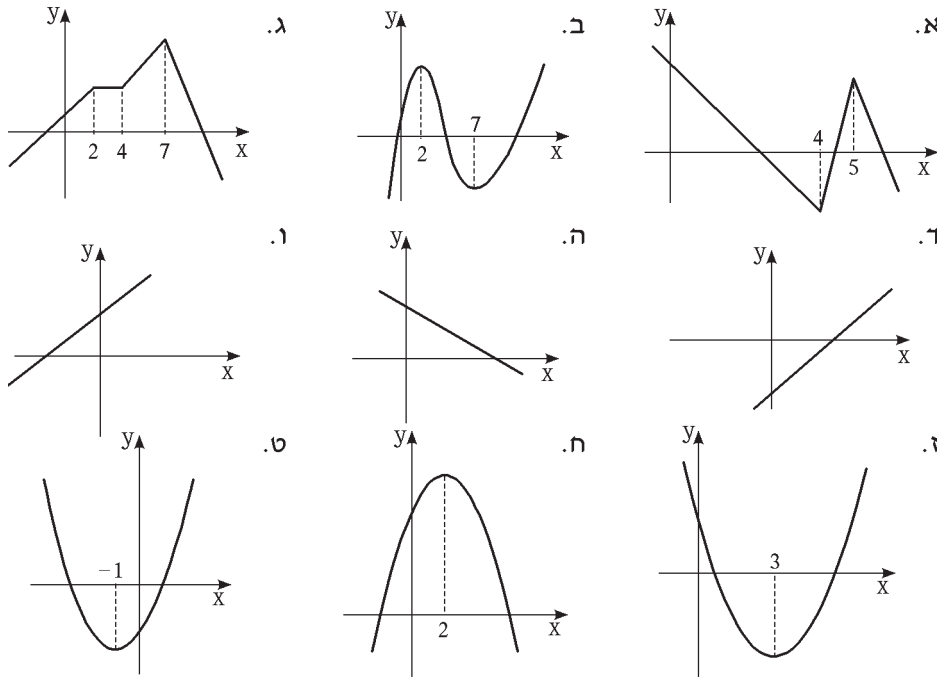
דוגמה



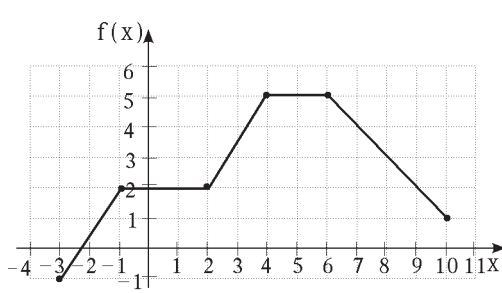
- בסרטוט גרף של הפונקציה $f(x)$.
- נקודת המקסימום של הפונקציה היא $(-4;5)$ מקסימום.
 - נקודת המינימום של הפונקציה היא $(-2;1)$ מינימום.
 - תחומי העלייה: $x < -4$ או $-2 < x < 3$.
 - תחומי הירידה: $-4 < x < -2$ או $x > 6$.
 - בתחום $3 < x < 6$ הפונקציה קבועה (אינה עולה ואינה יורדת).
- דוגמאות לנקודות, שבהן הפונקציה יורדת, הן A ו- E.
 - דוגמאות לנקודות, שבהן הפונקציה עולה, הן B ו- C.
 - דוגמה לנקודה, שבה הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת, היא D.

תרגילים

16. לפניכם סרטוט גרפים של פונקציות. לגבי כל פונקציה מצאו את:
 I. תחומי העלייה II. תחומי הירידה.

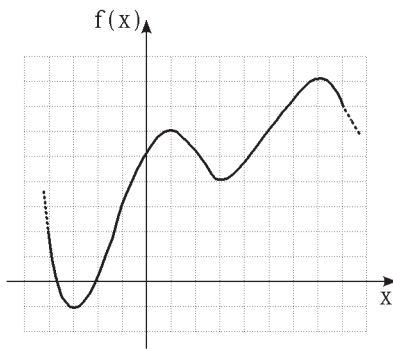


- תשובות: א) I. $4 < x < 5$ II. $x > 5$ או $x < 4$ ב) I. $x < 2$ או $x > 7$ II. $2 < x < 7$
 ג) I. $x < 2$ או $x > 7$ II. $4 < x < 7$ ד) I. כל x II. אין פתרון
 ה) I. אין פתרון II. כל x ו) I. כל x II. אין פתרון
 ז) I. $x > 3$ II. $x < 3$ ח) I. $x < 2$ II. $x > 2$ ט) I. $x > -1$ II. $x < -1$



17. בסרטוט גרף של הפונקציה $f(x)$.
 א. באיזה תחום הפונקציה עולה?
 ב. באיזה תחום הפונקציה יורדת?
 ג. באיזה תחום הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת?
 ד. בדקו אם הפונקציה עולה / יורדת / אינה עולה ואינה יורדת
 לגבי כל אחת מהנקודות הבאות:

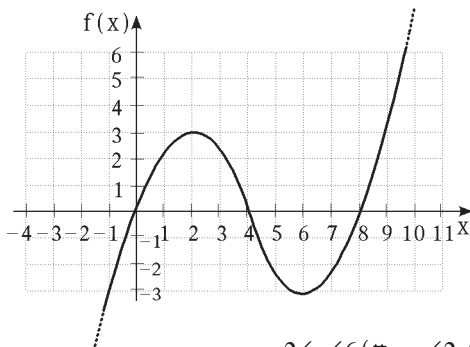
- $(-2; 0.5)$, $(1; 2)$, $(3; 3.5)$, $(5; 5)$, $(8; 3)$
 תשובות: א) $-3 < x < -1$ או $2 < x < 4$ ב) $6 < x < 10$ ג) $-1 < x < 2$ או $4 < x < 6$
 ד) $(-2; 0.5)$ - הפונקציה עולה, $(1; 2)$ - הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת, $(3; 3.5)$ - הפונקציה עולה, $(5; 5)$ - הפונקציה אינה עולה ואינה יורדת, $(8; 3)$ - הפונקציה יורדת



18. בסרטוט גרף של הפונקציה $f(x)$.

- א. מהן נקודות המינימום?
- ב. מהן נקודות המקסימום?
- ג. מהו תחום העלייה?
- ד. מהו תחום הירידה?
- ה. תנו דוגמאות לשתי נקודות, שבהן הפונקציה עולה.
- ו. תנו דוגמאות לשתי נקודות, שבהן הפונקציה יורדת.

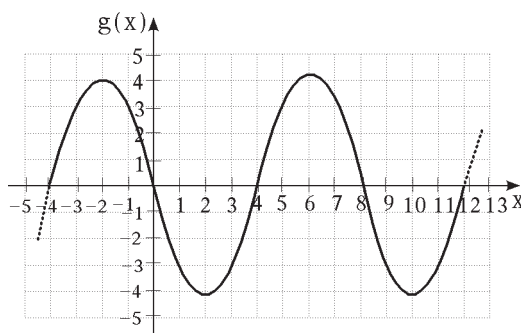
תשובות: א) $(-3; -1)$, $(3; 4)$ ב) $(1; 6)$, $(7; 8)$ ג) $-3 < x < 1$ או $3 < x < 7$
 ד) $x < -3$ או $1 < x < 3$ או $x > 7$ ה) $(-1; 3)$, $(5; 6)$ ו) $(-3.5; 0)$, $(2; 5)$



19. בסרטוט גרף של הפונקציה $f(x)$.

- א. מהי נקודת המינימום?
- ב. מהי נקודת המקסימום?
- ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה?
- ד. מהו תחום הירידה של הפונקציה?

תשובות: א) $(6; -3)$ ב) $(2; 3)$ ג) $x > 6$ או $x < 2$ ד) $2 < x < 6$



20. בסרטוט גרף של הפונקציה $g(x)$.

- א. מהן נקודות המינימום?
- ב. מהן נקודות המקסימום?
- ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה?
- ד. מהו תחום הירידה של הפונקציה?

תשובות: א) $(2; -4)$, $(10; -4)$ ב) $(-2; 4)$, $(6; 4)$ ג) $x > 10$ או $2 < x < 6$ או $x < -2$
 ד) $6 < x < 10$ או $-2 < x < 2$