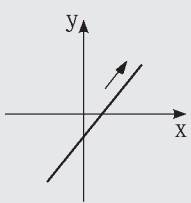
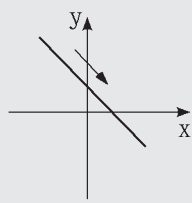
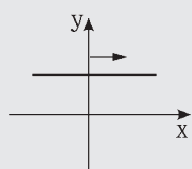
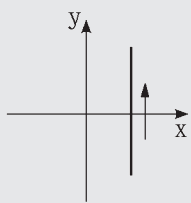


הנגזרת של הפונקציה

שיפוע של גרף הפונקציה בנקודה

בשנים קודמות למדנו על פונקציית הקו הישר. למדנו שנוסחתו המפורשת של הקו הישר היא $y=mx+b$. ל- m קראנו שיפוע הישר, והוא בעצם הקובע את ה"כיוון" של הקו הישר.

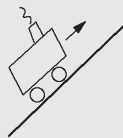
הבדלנו בין ארבעה מצבים שונים:

א. הישר עולה	ב. הישר יורד	ג. הישר מקביל לציר ה- x (אינו עולה ואינו יורד).	ד. הישר מקביל לציר ה- y .
			
השיפוע חיובי ($m > 0$)	השיפוע שלילי ($m < 0$)	השיפוע שווה ל-0 ($m = 0$)	השיפוע לא מוגדר

ניתן לומר במילים אחרות כי:

$$\boxed{\text{שיפוע} = \text{כיוון}}$$

נתאר לעצמנו מסילת רכבת. המסילה היא ישרה ודוהר עליה קטר. ברור כי כיוון התנועה של הקטר נקבע על-ידי המסילה.



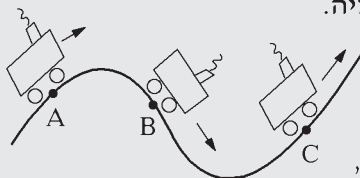
כאשר המסילה ישרה, כיוון הקטר בכל מקום ומקום אחיד, לכן ניתן לומר שכיוונו של הישר בכל נקודה אחיד.

הדגשנו כי כיוון=שיפוע. לכן ניתן לומר חד-משמעית, כי שיפועו של הישר בכל נקודה ונקודה אחיד.

כאשר למדנו על נוסחת הקו הישר $y=mx+b$, ציינו ש- m הוא ה"שיפוע" בלשון יחיד, מאחר שבכל נקודה ונקודה שעל הקו הישר השיפוע הוא m .

דוגמה

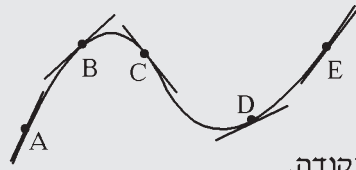
כאשר נוסחתו של הקו הישר היא $y=2x+5$, שיפוע (כיוון) הישר בכל נקודה עליו הוא $m=2$. כעת נתאר לעצמנו מסילה שמתעקלת וקטר נוסע עליה.



גם במקרה זה נקבע כיוון הנסיעה על-ידי המסילה, ולכן כאשר המסילה מתעקלת, נאלץ הקטר אף הוא לשנות את כיוון תנועתו בכל נקודה ונקודה.

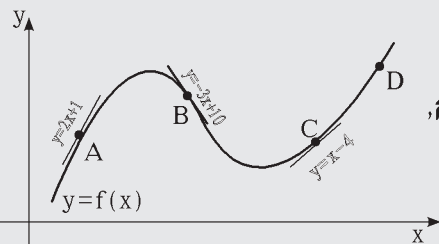
כלומר, ניתן לקבוע, כאשר מדובר בעקומה, ולא בקו ישר, משתנה כיוון הנסיעה בכל נקודה.

במקרה זה אין שיפוע אחיד בכל נקודה, אלא השיפוע משתנה בכל נקודה ונקודה.



באופן כללי ניתן לומר:
 כאשר נתונה עקומה כלשהי, משתנה השיפוע בכל נקודה ונקודה: שיפוע העקומה בנקודה מסוימת הוא כשיפוע הישר, ה"נוגע" בעקומה באותה נקודה. לומר, ה"נוגע" בעקומה, קוראים משיק לעקומה באותה נקודה. לנקודה ה"נגיעה" קוראים נקודת ההשקה של הישר המשיק.

נקודות ההשקה בסרטוט, שבהן הישר המשיק "נוגע" בגרף הפונקציה הן: A, B, C, D, E. מכאן שהישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת, הוא ישר ש"כאילו מתלכד" עם

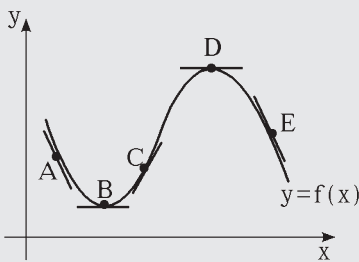


גרף הפונקציה בסביבה קטנה של הנקודה הזו. כדי להמחיש את הדבר נתאר לעצמנו את הגרף של הפונקציה $y=f(x)$, ועליו שלוש נקודות, A, B, C. דרך כל אחת מהנקודות העבירו קו משיק, שנוסחתו ידועה.

אמרנו כי שיפוע העקומה בנקודה מסוימת הוא למעשה שיפוע הקו המשיק באותה נקודה, ולכן אפשר לקבוע כי:

- * השיפוע של גרף הפונקציה $y=f(x)$ בנקודה A הוא 2, מאחר ששיפוע המשיק בנקודה זו הוא $m=2$, ולהפך.
 - * השיפוע של גרף הפונקציה $y=f(x)$ בנקודה B הוא -3, מאחר ששיפוע המשיק בנקודה זו הוא $m=-3$, ולהפך.
 - * השיפוע של גרף הפונקציה $y=f(x)$ בנקודה C הוא 1, מאחר ששיפוע המשיק בנקודה זו הוא $m=1$, ולהפך.
- לכן ניתן לקבוע גם להפך: אם על גרף הפונקציה $y=f(x)$ יש נקודה D, וידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודה זו הוא 3, פירוש הדבר שגם שיפוע המשיק בנקודה זו יהיה $m=3$, ונוסחתו של הקו המשיק תהיה מהצורה $y=3x+b$ (כאשר b עדיין לא ידוע).

סיכום:
 כיוון = שיפוע המשיק = שיפוע של גרף הפונקציה בנקודת ההשקה



בהסתמך על מה שנלמד ניתן לקבוע כמה עובדות. נתבונן בגרף הפונקציה $y=f(x)$, מסומנות עליו כמה נקודות, ודרך כל אחת מהן עובר משיק.

- * בנקודה A המשיק יורד, ולכן שיפועו שלילי. כלומר: שיפוע הפונקציה שלילי, והפונקציה יורדת בנקודה זו.
- * בנקודה B המשיק מקביל לציר ה-x. לכן הוא לא עולה ולא יורד, כלומר שיפועו 0.

מכאן שיפוע הפונקציה בנקודה זו שווה ל-0, ובנקודה זו הפונקציה לא עולה ולא יורדת.

בפרקים הבאים נלמד על התכונות של נקודות מיוחדות אלה. בשלב זה נקרא להן "נקודות קיצון".

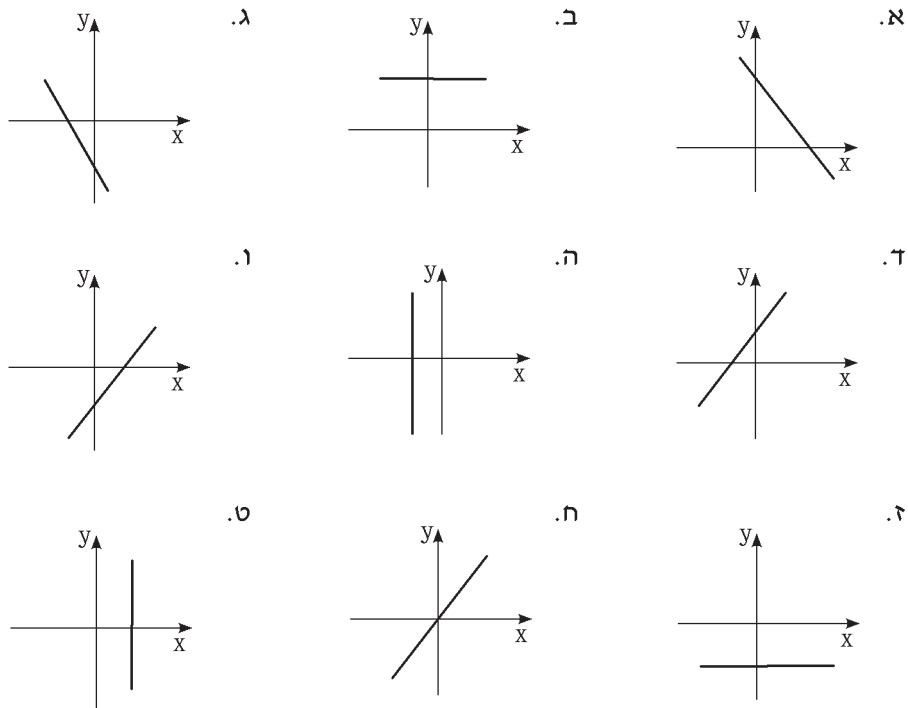
* בנקודה C המשיק עולה, ולכן שיפועו חיובי. כלומר: שיפוע הפונקציה חיובי, והפונקציה עולה בנקודה זו.

* בדומה לנקודה B, גם נקודה D היא "נקודת קיצון". שיפוע הפונקציה שווה ל-0, והפונקציה לא עולה ולא יורדת בנקודה זו.

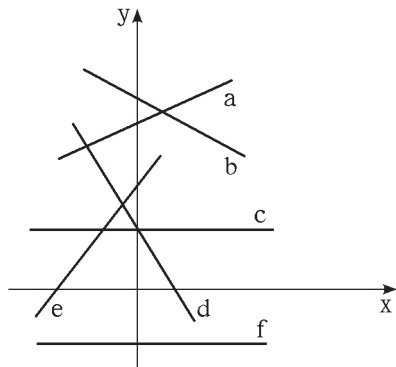
* בנקודה E המשיק יורד, ולכן שיפועו שלילי. כלומר: שיפוע הפונקציה שלילי, והפונקציה יורדת בנקודה זו.

תרגילים

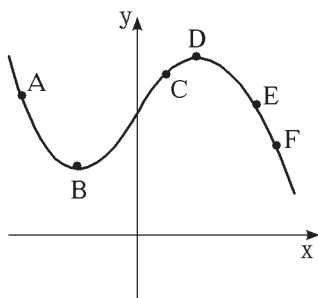
32. לפניכם ציורים, ובהם מסורטטים קווים ישרים. קבעו לגבי כל ישר אם שיפועו חיובי, שלילי, שווה לאפס או לא מוגדר.



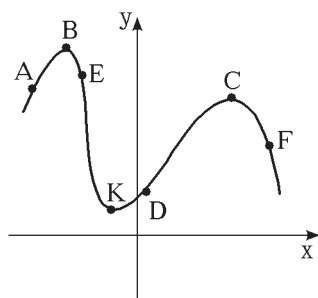
תשובות: א) שלילי (ב) 0 (ג) שלילי (ד) חיובי (ה) לא מוגדר
ו) חיובי (ז) 0 (ח) חיובי (ט) לא מוגדר



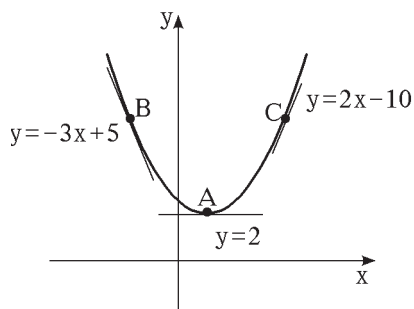
33. בציור שלפניכם מסורטטים קווים ישרים, המסומנים באותיות לועזיות. קבעו לגבי כל ישר אם הוא עולה, יורד, או לא עולה ולא יורד.
- תשובה: } עולה: a, e
 } יורד: b, d
 } לא עולה ולא יורד: c, f



34. בציור מתואר הגרף של הפונקציה $y=g(x)$.
- א. ציינו את הנקודות, שבהן שיפוע הפונקציה חיובי.
 ב. ציינו את הנקודות, שבהן שיפוע הפונקציה שלילי.
 ג. ציינו את הנקודות, שבהן שיפוע הפונקציה שווה ל-0.
- תשובות: א) C (ב) F, E, A (ג) D, B



35. בציור מתואר הגרף של הפונקציה $y=h(x)$.
- א. ציינו את הנקודות, שבהן גרף הפונקציה עולה.
 ב. ציינו את הנקודות, שבהן גרף הפונקציה יורד.
 ג. ציינו את נקודות הקיצון.
- תשובות: א) D, A (ב) F, E (ג) C, K, B



36. בציור מתואר הגרף של הפונקציה $y=f(x)$, ועליו שלוש נקודות. בכל אחת מהנקודות עובר משיק שנוסחתו ידועה. מצאו את שיפוע הפונקציה $y=f(x)$ בכל אחת מהנקודות.
- תשובה: A: $m=0$, B: $m=-3$, C: $m=2$