

## ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה

בסעיפים הקודמים השתמשנו במושג ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה, ואף פתרנו תרגילים תוך שימוש במושג זה. בפרק זה נפתור תרגילים דומים, אך נגזור את הפונקציות בעזרת כללי הגזירה – ולא באמצעות הגדרת הנגזרת.

### דוגמה א'

נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 5x + 6$ .

א. מצאו את הנגזרת של הפונקציה.

ב. חשבו את ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה  $x = 3$ .

פתרון:

א. לפי כללי הגזירה:  $y' = 2x - 5$

ב. למציאת ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה  $x = 3$  נציב בנגזרת של הפונקציה  $x = 3$

$$y'(3) = 2 \cdot 3 - 5 = 1$$

תשובה: ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה  $x = 3$  הוא 1.

הערה: צורת הכתיבה  $y'(3)$  פירושה: ערך הנגזרת  $y'$  בנקודה  $x = 3$ .

### דוגמה ב'

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2(x - 7)$ . חשבו את  $f'(4)$ .

פתרון:

נמצא את הנגזרת של הפונקציה. לצורך זה נפתח תחילה את הסוגריים בפונקציה.

$$f(x) = x^3 - 7x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 14x$$

$$f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 14 \cdot 4 = -8$$

תשובה: ערך הנגזרת של הפונקציה  $f(x) = x^2(x - 7)$  בנקודה  $x = 4$  הוא -8.

### דוגמה ג'

נתונה הפונקציה  $f(x) = (x + 2)^2$ .

מצאו את הנקודה על גרף הפונקציה שבה  $f'(x) = 10$ .

פתרון:

תרגיל זה הפוך לתרגילים הקודמים.

נגזור את הפונקציה (נפתח תחילה את הסוגריים).

$$f(x) = x^2 + 4x + 4$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

לפי הנתון שווה הנגזרת ל-10, כלומר  $f'(x) = 10$ . לכן:

$$2x + 4 = 10$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

מצאנו את שיעור ה- $x$  של הנקודה המבוקשת.

כדי למצוא את שיעור ה- $y$  של הנקודה, נציב  $x = 3$  בפונקציה המקורית:

$$f(3) = (3+2)^2 = 25$$

תשובה: בנקודה (3;25) מתקיים  $f'(x) = 10$ .

## תרגילים

1. נתונה הפונקציה  $y = x^2 + 2x$ .

א. גזרו את הפונקציה.

ב. חשבו את ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה  $x = 3$ .

תשובות: א)  $y' = 2x + 2$  (ב) 8
2. נתונה הפונקציה  $y = -x^2 - 3x + 10$ . חשבו את ערך הנגזרת עבור:

א.  $x = 2$     ב.  $x = 0$     ג.  $x = -1$

תשובות: א) -7    ב) -3    ג) -1
3. חשבו את ערך הנגזרת של הפונקציה  $y = x^3 - 2x^2 + x - 3$  בנקודות הבאות שעל גרף הפונקציה:

א. (1; -3)    ב. (0; -3)    ג. (-3; -51)

תשובות: א) 0    ב) 1    ג) 40
4. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 + 5x + 3$ .

א. מצאו את  $f'(x)$ .

ב. חשבו את  $f'(2)$ .

תשובות: א)  $f'(x) = 2x + 5$  (ב)  $f'(2) = 9$

- 215 -

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x$ . חשבו את:

א.  $f'(5)$       ב.  $f'(0)$       ג.  $f'(-2)$

תשובות: א) 21      ב) 1      ג) 7

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3$ .

חשבו את  $f'(x)$  בנקודות הבאות שעל גרף הפונקציה:

א.  $(0;0)$       ב.  $(1; \frac{-5}{12})$       ג.  $(-1; \frac{11}{12})$

תשובות: א) 0      ב) -1      ג) -3

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{2}$ . חשבו את:

א.  $f'(2)$       ב.  $f'(0)$       ג.  $f'(-1)$

תשובות: א) 12      ב) 0      ג) -1.5

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2(x+1)$ . חשבו את:

א.  $f'(2)$       ב.  $f'(-3)$       ג.  $f'(-4)$       ד.  $f'(0)$

תשובות: א) 16      ב) 21      ג) 40      ד) 0

9. נתונה הפונקציה  $y = x^2 + 6x + 1$ .

חשבו את  $x$ , שעבורו ערך הנגזרת של הפונקציה שווה ל-10.

תשובה: 2

10. נתונה הפונקציה  $y = -2x^2 + 8x + 3$ .

חשבו את  $x$ , שעבורו  $y' = -4$ .

תשובה: 3

11. נתונה הפונקציה  $y = -x^2 + 10x - 12$ . ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה מסוימת

שווה ל-6. מצאו את שיעורי הנקודה.

תשובה:  $(2;4)$

12. נתונה הפונקציה  $y=x^2+4x-1$ . מצאו נקודה, שעבורה נגזרת הפונקציה מתאפסת.  
תשובה:  $(-2; -5)$

13. נתונה הפונקציה  $y=2x^2-12x+5$ . מצאו את  $x$ , שעבורו  $f'(x)=-8$ .  
תשובה: 1

14. נתונה הפונקציה  $f(x)=-3(x-1)^2+5$ . מצאו נקודה, שעבורה  $f'(x)=0$ .  
תשובה:  $(1; 5)$

15. נתונה הפונקציה  $f(x)=x^3-9x$ . מצאו את הנקודות, שעבורן  $f'(x)=3$ .  
תשובה:  $(-2; 10)$ ,  $(2; -10)$

16. נתונה הפונקציה  $f(x)=2x(x^2-4)$ . מצאו את הנקודות, שעבורן ערך הנגזרת של הפונקציה הוא  $-2$ .  
תשובה:  $(1; -6)$ ,  $(-1; 6)$

17. נתונה הפונקציה  $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+4x$ .  
עבור אילו ערכים של  $x$  שווה ערך הנגזרת של הפונקציה ל-1?  
תשובה: 1, 3

18. נתונה הפונקציה  $y=\frac{x^3}{3}-4x^2+13x$ .  
עבור אילו ערכים של  $x$  שווה ערך הנגזרת של הפונקציה ל-1?  
תשובה: 2, 6

19. נתונה הפונקציה  $g(x)=\frac{x^3}{3}-x(x+16)$ .  
עבור אילו ערכים של  $x$  שווה ערך הנגזרת של הפונקציה ל-1?  
תשובה: 5, -3