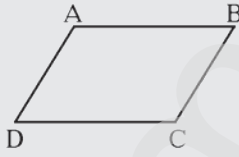


מרובעים מקבילית

שני ישרים, המקבילים זה לזה, נחתכו על-ידי שני ישרים מקבילים נוספים, וכך נוצר מרובע ABCD.



היות והמרובע נוצר על-ידי חיתוך של שני זוגות של ישרים מקבילים, ניתן לומר כי במרובע ABCD כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. כלומר: $AD \parallel BC$ ו- $AB \parallel DC$. מכאן נקבע שם המרובע: מקבילית.

	<p>מקבילית היא מרובע, שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו. $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$</p>
---	---


בפרק זה נעסוק במקבילית.

מה נלמד?

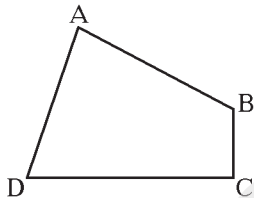
- ✓ נלמד את התכונות של הצלעות, הזוויות והאלכסונים של המקבילית.
- ✓ נלמד מהם התנאים המספיקים כדי לקבוע כי מרובע מסוים הוא מקבילית.
- ✓ נלמד לפתור תרגילים, המשלבים את תכונות המקבילית, חישוב ההיקף והשטח של המקבילית, כולל שימוש במשפט פיתגורס.



איך נלמד?

- יש תרגילים מסוימים המסומנים על-ידי ציור של "מפתח" -  ; בפתרון התרגילים הללו נגלה תכונה חדשה או כלל חדש של המקבילית. התרגילים מאפשרים לגלות את התכונות באופן עצמאי, ובאמצעותם ניתן לבנות את הידע בנושא. אם תיתקלו בבעיה, תשובות מפורטות יופיעו מיד לעזרה.
- לאחר תרגילי ה"מפתח" תמצאו שאלות תרגול, המחזקות את התכונה החדשה שנתגלתה והמשלבות ידע קודם, עד לתרגיל ה"מפתח" הבא.
- בסוף הפרק יופיע תרגיל מסכם. התרגיל משלב את כל הידע שנרכש במהלך הפרק. כמו-כן, פתרון מפורש של תרגיל זה יוצג בנספח ג' שבסוף הספר לעזרתכם במידת הצורך.
- אז בואו, חברים... נצא להרפתקה...!

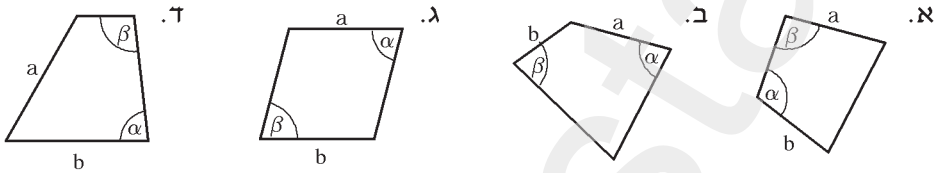
תרגילים



1. נחזור על המושגים הבסיסיים הקשורים למרובע.
- א. כיצד קוראים למצולע בעל ארבע צלעות?
- ב. "לשתי הצלעות, שיש להן קודקוד משותף, קוראים צלעות סמוכות".
- ציינו במרובע זה את הזוגות של הצלעות הסמוכות.
- ג. "לשתי הצלעות, שאין להן קודקוד משותף, קוראים צלעות נגדיות".
- ציינו במרובע זה את הזוגות של הצלעות הנגדיות.
- ד. "לשתי הזוויות, המונחות ליד אותה צלע, קוראים זוויות סמוכות".
- ציינו במרובע זה את הזוגות של הזוויות הסמוכות.
- ה. "לשתי הזוויות, שאינן מונחות ליד אותה צלע, קוראים זוויות נגדיות".
- ציינו במרובע זה את הזוגות של הזוויות הנגדיות.
- תשובות: בעמ' 245

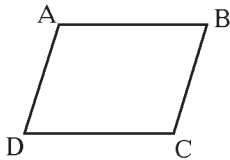
2. I. במרובעים הבאים ציינו לגבי הצלעות a ו- b אם הן צלעות סמוכות או צלעות נגדיות.

II. במרובעים הבאים ציינו לגבי הזוויות α ו- β אם הן זוויות סמוכות או זוויות נגדיות.



תשובות: בעמ' 245

3. נגדיר מרובע הנקרא מקבילית.



☞ "מקבילית היא מרובע, שבו כל שתי צלעות נגדיות

מקבילות זו לזו". רשמו בכתב מתמטי את ההקבלה

בין הצלעות הנגדיות במקבילית זו.

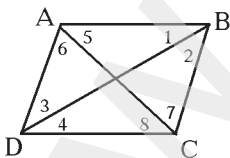
☞ נעביר אלכסונים AC ו- DB במקבילית $ABCD$.

נוצרו שמונה זוויות המסומנות בסרטוט.

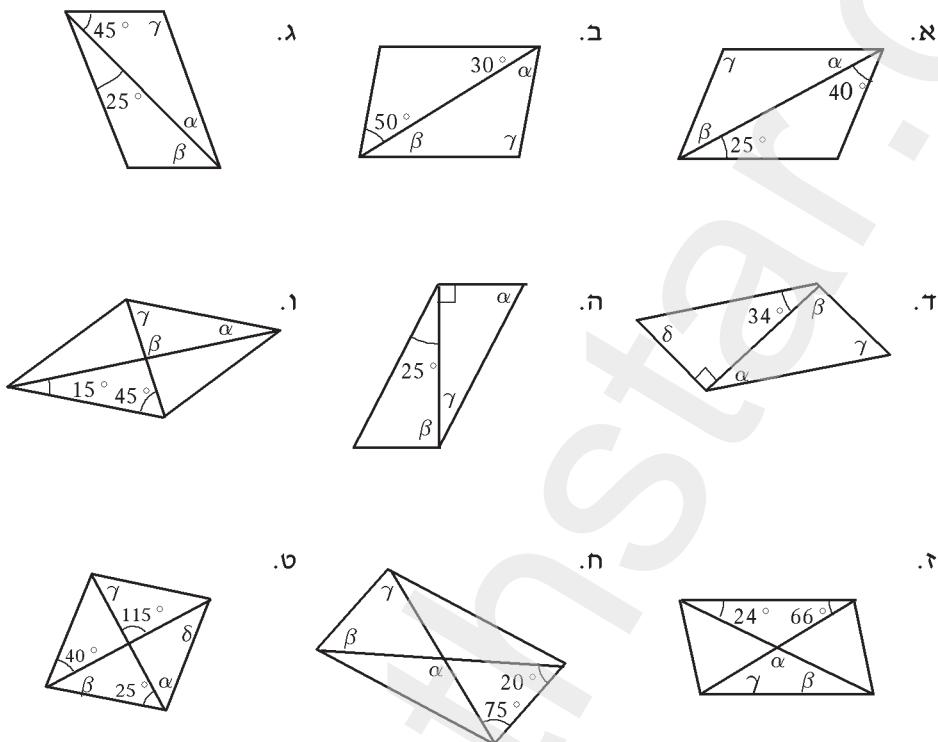
ציינו את זוגות הזוויות השוות מבין שמונה הזוויות שנוצרו.

הסבירו את הסיבה לשוויון בין זוויות אלה.

תשובות: בעמ' 245



4. מצאו את $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ במקבילות הבאות:



תשובות: בעמי 245

5. I. מה, לדעתכם, ניתן לומר לגבי גודלן של הצלעות

הנגדיות והזוויות הנגדיות במקבילית?

II. הוכיחו את שני המשפטים הבאים:

- במקבילית הצלעות הנגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית הזוויות הנגדיות שוות זו לזו.

ננסה את המשימה כך:

נתון: ABCD מקבילית ($AB \parallel DC, BC \parallel AD$).

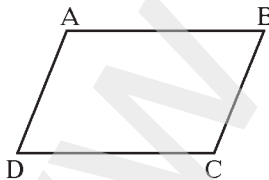
צ"ל: $\sphericalangle D = \sphericalangle B, \sphericalangle A = \sphericalangle C, BC = AD, AB = DC$

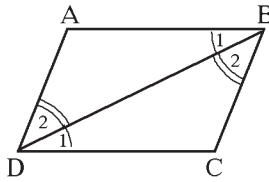
נחלק את המקבילית לשני משולשים באמצעות אחד

האלכסונים ונוכיח כי שני המשולשים הם חופפים.

לפניכם ההוכחה המפורטת של המשפטים.

העתיקו למחברתכם והשלימו את החסר.





הוכחה:

בניית עזר: נעביר אלכסון BD.

נתבונן במשולשים $\triangle ABD$ ו- $\triangle CDB$.

ז. $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle D_1$ (זוויות מתחלפות בין ישרים _____)

צ. $BD = BD$ (צלע _____)

ז. $\sphericalangle B_2 = \sphericalangle D_2$ (זוויות מתחלפות בין ישרים _____)

(לפי המשפט _____) $\triangle ABD \cong \triangle CBD$

(במשולשים חופפים הצלעות _____ בהתאמה) $AB = DC, BC = AD$

(במשולשים חופפים הזוויות _____ בהתאמה) $\sphericalangle A = \sphericalangle C$

הוכחנו שוויון בין הצלעות הנגדיות במקבילית, ושוויון בין זוג אחד של זוויות נגדיות, $\sphericalangle A = \sphericalangle C$. כדי להוכיח את השוויון בין הזוג האחר של הזוויות הנגדיות, ניתן להעביר את האלכסון השני, ולהוכיח כי המשולשים שהתקבלו הם חופפים או לבצע חיבור של זוויות שוות כדלקמן:

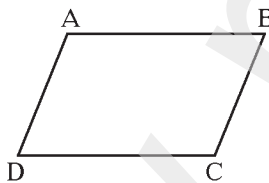
(_____) $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle D_1$

(_____) $\sphericalangle B_2 = \sphericalangle D_2$

(חיבור זוויות _____) $\sphericalangle B_1 + \sphericalangle B_2 = \sphericalangle D_1 + \sphericalangle D_2$

$\sphericalangle B = \sphericalangle$ _____

מ.ש.ל. (מה שצריך להוכיח)



ב. I. האם, לדעתכם, נכונה הטענה כי במקבילית שבסרטוט, סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא 180° ? בדקו את השערתכם באמצעות מד-זווית.

II. הוכיחו את המשפט:

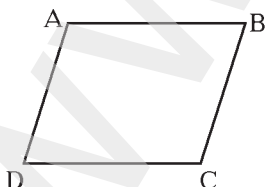
• במקבילית סכומן של כל שתי זוויות סמוכות הוא 180° .

ננסה את המשימה כך:

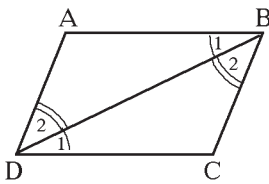
נתון: ABCD מקבילית ($AB \parallel DC, BC \parallel AD$).

צ"ל: $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180^\circ, \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$,

$\sphericalangle C + \sphericalangle D = 180^\circ, \sphericalangle A + \sphericalangle D = 180^\circ$



נוכיח את נכונות הטענה לגבי זוג אחד של זוויות סמוכות, לדוגמה $\sphericalangle A$ ו- $\sphericalangle D$, לגבי הזוגות האחרים, תהליך ההוכחה יהיה זהה. לשם כך נעביר את האלכסון BD במקבילית ABCD. לפניכם ההוכחה המפורטת, העתיקו אותה למחברתכם והשלימו את החסר.



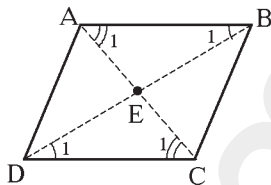
הוכחה:

בניית עזר: נעביר אלכסון BD.

נתבונן במשולש $\triangle ABD$.

נימוק	טענה
סכום הזוויות במשולש הוא 180° .	$\sphericalangle A + \sphericalangle B_1 + \sphericalangle D_2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$
זוויות מתחלפות בין ישרים _____	$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle D_1$
	↓
הצבת גודל תמורת גודל השווה לו.	$\sphericalangle A + \sphericalangle D_1 + \sphericalangle D_2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$
	$\sphericalangle D_1 + \sphericalangle D_2 = \sphericalangle \underline{\hspace{2cm}}$
	↓
	$\sphericalangle A + \sphericalangle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

מ.ש.ל.



א. I. מה, לדעתכם, ניתן לומר לגבי נקודת

המפגש של האלכסונים במקבילית

(הנקודה E)?

II. הוכיחו את המשפט:

במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

ננסח את המשימה כך:

נתון: ABCD מקבילית ($AB \parallel DC$, $BC \parallel AD$).

צ"ל: $BE = DE$, $AE = CE$.

לפניכם ההוכחה המפורטת, העתיקו אותה למחברתכם והשלימו את החסר.

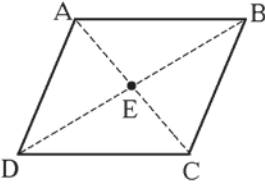
נתבונן במשולשים $\triangle ABE$ ו- $\triangle CDE$.

ז. $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle \underline{\hspace{2cm}}$ (זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים)

צ. $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ (הצלעות הנגדיות במקבילית שוות)

(_____) $\angle A_1 = \angle C_1$.ג.
 (לפי המשפט _____) $\Delta ABE \cong \Delta CDE$
 (במשולשים חופפים הצלעות _____) $AE = CE, BE = DE$
 בהתאמה)
 מ.ש.ל.

ד. תכונות המקבילית - סיכום



העתיקו למחברתכם והשלימו.

(1) במקבילית הצלעות הנגדיות _____
 _____ = _____ , _____ = _____

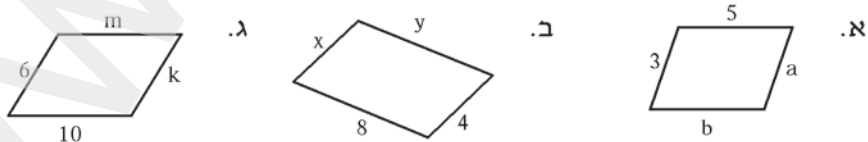
(2) במקבילית הזוויות הנגדיות _____
 \angle _____ = \angle _____ , \angle _____ = \angle _____

(3) במקבילית סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא _____°
 \angle _____ + \angle _____ = _____° , \angle _____ + \angle _____ = _____°
 \angle _____ + \angle _____ = _____° , \angle _____ + \angle _____ = _____°

(4) במקבילית האלכסונים _____
 _____ = _____ , _____ = _____

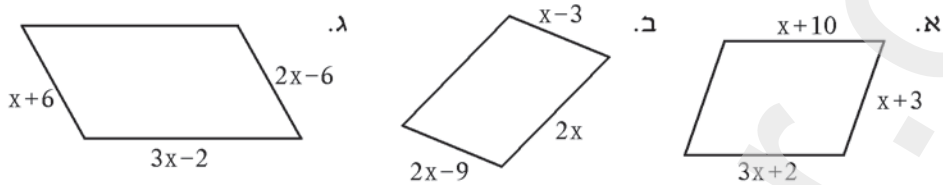
תשובות: בעמ' 245

6. מצאו את ערכי האותיות במקביליות הבאות (אורכי הצלעות נתונים בס"מ).



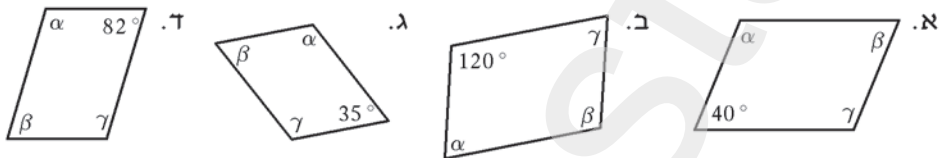
תשובות: בעמ' 245

7. מצאו את x ואת אורכי הצלעות במקביליות הבאות.



תשובות: בעמ' 245

8. מצאו את α , β , γ במקביליות הבאות:



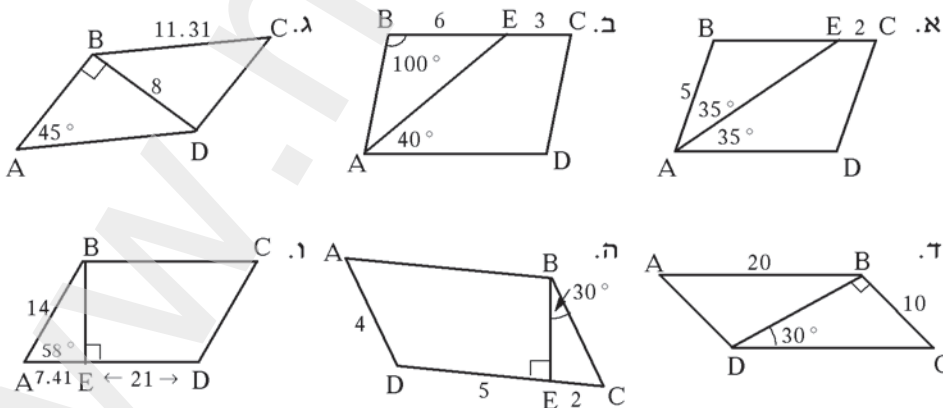
תשובות: בעמ' 245

9. מצאו את x ואת הזוויות במקביליות הבאות.



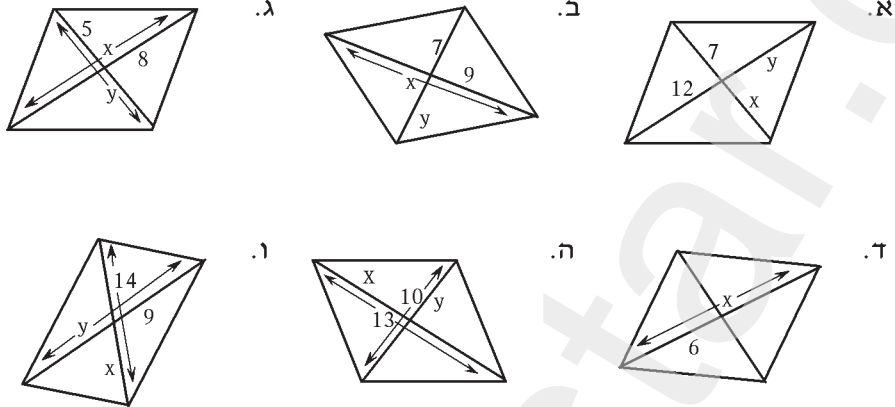
תשובות: בעמ' 245

10. מצאו את הצלעות והזוויות במקביליות הבאות (אורכי הצלעות נתונים בס"מ).



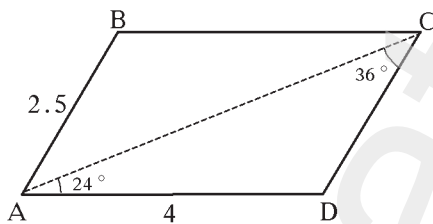
תשובות: בעמ' 245

11. מצאו את x ו- y במקביליות הבאות:



תשובות: בעמ' 246

12. במקבילית ABCD



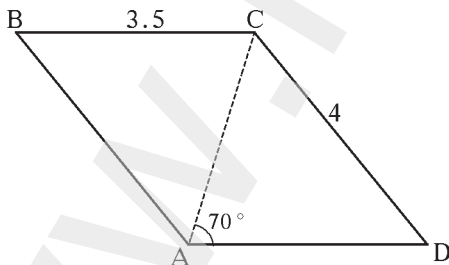
נתון: $AB = 2.5$ ס"מ, $AD = 4$ ס"מ,

$\angle CAD = 24^\circ$, $\angle ACD = 36^\circ$.

- א. מהם אורכי הצלעות BC ו-CD?
 ב. חשבו את גודל הזוויות של המקבילית.

תשובות: בעמ' 246

13. במקבילית ABCD נתון:

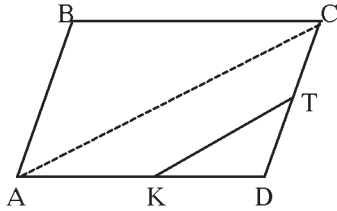


$BC = 3.5$ ס"מ, $CD = 4$ ס"מ,

$\angle CAD = 70^\circ$, $\angle BCD = 130^\circ$.

- א. מהם אורכי הצלעות AB ו-AD של המקבילית?
 ב. חשבו את הזווית $\angle BAC$.
 ג. חשבו את הזווית $\angle ACD$.

תשובות: בעמ' 246



14. במקבילית ABCD נתון:

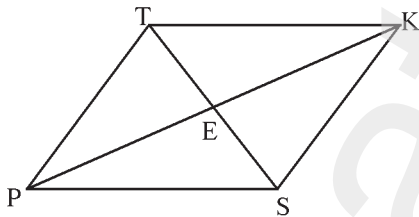
כ. $BC = 4.5$ מ"מ, $CD = 3$ מ"מ,

ג. $\angle CAD = 32^\circ$, $\angle KTD = 38^\circ$, $KD = 2$ מ"מ.

ידוע כי $KT \parallel AC$.

- חשבו את הזווית $\angle ACB$. הסבירו.
- חשבו את הזווית $\angle TKD$. הסבירו.
- חשבו את הזווית $\angle ACD$. הסבירו.
- חשבו את הזווית $\angle BAC$. הסבירו.
- הסבירו מדוע המשולשים $\triangle CAB$ ו- $\triangle KDT$ הם משולשים דומים. רשמו את הדמיון תוך הקפדה על סדר האותיות.
- חשבו את אורך הקטע TD (היעזרו בסעיף ה').

תשובות: בעמ' 246



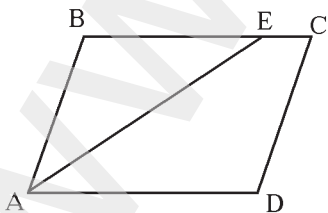
15. במקבילית PTKS נתון:

א. $PT = 3.3$ מ"מ, $\angle PTS = 75^\circ$,

ב. $\angle TKE = 24^\circ$, $\angle PES = 105^\circ$.

- חשבו את הזווית $\angle TSK$. הסבירו.
- חשבו את הזווית $\angle KES$. הסבירו.
- איזה סוג של משולש הוא $\triangle EKS$? הסבירו.
- חשבו את אורך האלכסון PK .
- חשבו את הזווית $\angle EKS$.
- חשבו את הזווית $\angle P$.

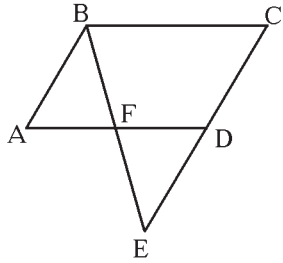
תשובות: בעמ' 246



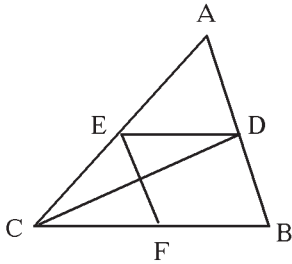
16. במקבילית ABCD הקטע AE

חוצה את הזווית $\angle BAD$.

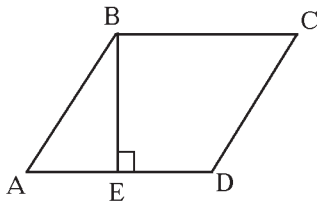
הוכיחו: $CD = BE$.



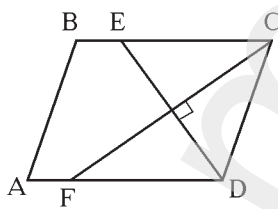
17. במקבילית ABCD נתון: $AF = DF$.
הוכיחו: $CD = DE$.



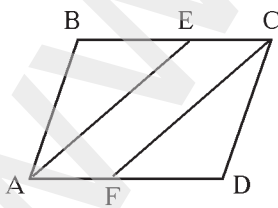
18. במשולש $\triangle ABC$
CD חוצה את הזווית $\sphericalangle ACB$.
נתון: $EF \parallel AB$, $DE \parallel CB$.
הוכיחו: $CE = FB$.



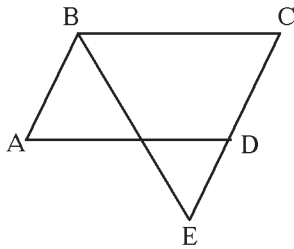
19. במקבילית ABCD נתון:
 $AE = ED$, $BE \perp AD$.
הוכיחו: א. $BD = CD$.
ב. $\sphericalangle CBD = \sphericalangle A$.



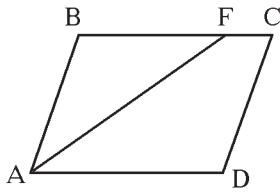
20. במקבילית ABCD:
DE חוצה את הזווית $\sphericalangle CDA$.
נתון: $CF \perp DE$.
הוכיחו: א. $AB = DF$.
ב. $BE = AF$.



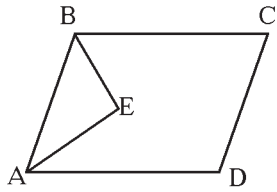
21. במקבילית ABCD
AE חוצה את הזווית $\sphericalangle BAD$,
CF חוצה את הזווית $\sphericalangle BCD$.
הוכיחו: $\sphericalangle BEA = \sphericalangle DFC$.



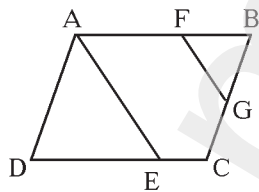
22. במקבילית ABCD העבירו את הקטע BE, כך שהתקבל: $\angle ABE = \angle A$, הנקודה E נמצאת על המשך הצלע CD. הוכיחו: $BC = BE$.



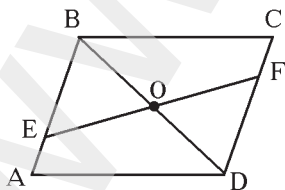
23. במקבילית ABCD נתון: $AB = FB$. הוכיחו: $\angle C = 2 \cdot \angle AFB$.



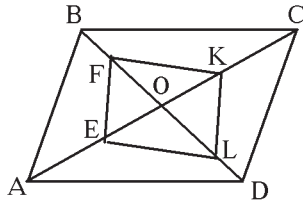
24. במקבילית ABCD הוצעו את הזווית $\angle ABC$, הוצעו את הזווית $\angle BAD$. הוכיחו: $BE \perp AE$.



25. במקבילית ABCD הוצעו את הזווית $\angle DAB$. נתון: $FG \parallel AE$. הוכיחו: $BF = BG$.

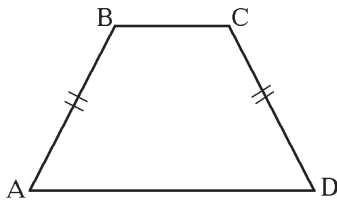


26. במקבילית ABCD האלכסונים נחתכים בנקודה O, הקטע EF עובר דרך הנקודה O. הוכיחו: $EO = FO$.



27. המרובעים ABCD ו- EFKL הם מקביליות.
 הוכיחו: א. $CK = AE$.
 ב. $BF = DL$.

28. א. דניאל: "למדנו כי במקבילית הצלעות הנגדיות שוות זו לזו, מכאן אני יכול להסיק להפך, אם במרובע זוג צלעות נגדיות שוות אזי הוא מקבילית".
 משה: "אתה טועה! אתה מציין כי אם במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות שוות אזי המרובע הוא מקבילית. הטענה שלך לא יכולה להיות הטענה ההפוכה, והנה דוגמה הממחישה כי הטענה שלך מוטעת.



- בסרטוט נתון מרובע שבו זוג אחד של צלעות נגדיות שוות $AB = CD$, אך המרובע אינו מקבילית. לדעתי הטענה ההפוכה צריכה להיות: משפט הפוך:

- אם במרובע כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו, אזי המרובע הוא מקבילית. והינה ההוכחה לכך.

העתיקו למחברתכם והשלימו את החסר:

נתון: מרובע, $AB = DC$, $BC = AD$.

צ"ל: ABCD מקבילית ($AB \parallel DC$, $BC \parallel AD$).

הוכחה:

בניית עזר: נעביר אלכסון BD.

נתבונן במשולשים $\triangle ABD$ ו- $\triangle CDB$.

צ. $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ (נתון)

צ. $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ (_____)

צ. $BD = BD$ (צלע _____)

↓

(לפי המשפט _____) $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

↓

(במשולשים חופפים הזוויות _____) $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle D_1$

↓

(אם הזוויות המתחלפות שוות, אזי הישרים מקבילים)
 (במשולשים חופפים הזוויות _____)
 (_____)

$$AB \parallel \text{_____}$$

$$\sphericalangle B_2 = \sphericalangle D_2$$

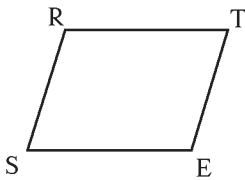
↓

$$BC \parallel AD$$

↓

ABCD מקבילית

מ.ש.ל.



I. **ב.** נסחו את הטענה ההפוכה למשפט:

"הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו".

האם, לדעתכם, טענה זו נכונה תמיד?

II. הוכיחו את המשפט (ההפוך):

"אם במרובע כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו, אזי הוא מקבילית".

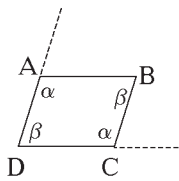
הדרכה: (1) האריכו את הצלע AD מעבר לנקודה A,

ואת הצלע DC האריכו מעבר לנקודה C.

(2) השתמשו בידע ששכום הזוויות

במרובע 360° .

(3) הוכיחו: $AD \parallel BC$, $DC \parallel AB$.



I. **ג.** נסחו את הטענה ההפוכה למשפט:

"אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה".

האם, לדעתכם, טענה זו נכונה תמיד?

II. הוכיחו את המשפט (ההפוך):

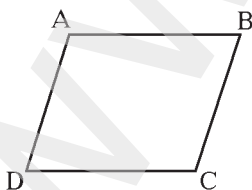
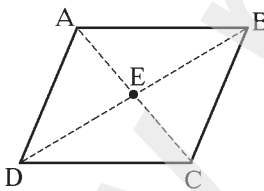
"אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה,

אזי הוא מקבילית".

במילים אחרות:

נתון: ABCD מרובע, $BE=ED$, $AE=EC$.

צ"ל: ABCD מקבילית ($BC \parallel AD$, $AB \parallel DC$).



ד. הוכיחו את המשפט:

"אם במרובע יש שתי צלעות נגדיות שוות

ומקבילות זו לזו, אזי הוא מקבילית"

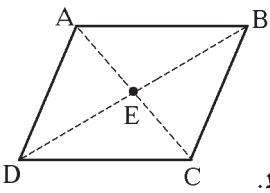
במילים אחרות:

נתון: $AB \parallel DC$, $AB = DC$, מרובע ABCD

צ"ל: ABCD מקבילית ($BC \parallel AD$).

(הדרכה: העבירו אלכסון, והוכיחו חפיפת משולשים.)

ה. משפטים הפוכים - סיכום



העתיקו למחברתכם והשלימו:

(1) מרובע שכל שתי צלעותיו הנגדיות _____
הוא מקבילית:

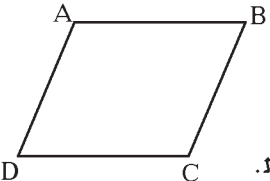
ABCD מקבילית. $\Leftrightarrow BC = \underline{\hspace{2cm}}$, $AB = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) מרובע, שכל שתי זוויותיו הנגדיות _____, הוא מקבילית:

ABCD מקבילית. $\Leftrightarrow \sphericalangle B = \sphericalangle \underline{\hspace{2cm}}$, $\sphericalangle A = \sphericalangle \underline{\hspace{2cm}}$

(3) מרובע, שאלכסונו _____, הוא מקבילית:

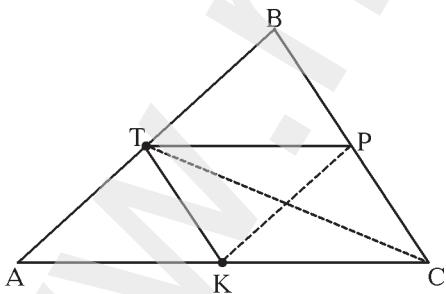
ABCD מקבילית. $\Leftrightarrow BE = \underline{\hspace{2cm}}$, $AE = \underline{\hspace{2cm}}$



(4) מרובע, שבו זוג צלעות נגדיות _____ ו- _____, הוא מקבילית:

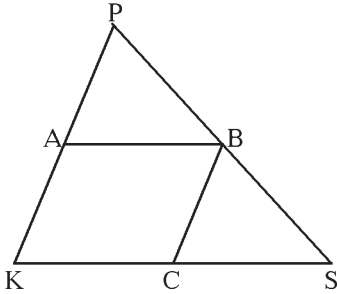
ABCD מקבילית. $\Leftrightarrow AB \parallel \underline{\hspace{2cm}}$, $AB = \underline{\hspace{2cm}}$

תשובות: בעמ' 246



29. הנקודות K, T ו-P הן אמצעי הצלעות של המשולש $\triangle ABC$.
- נתון: $AC = 5.4$ ס"מ, $BC = 3.6$ ס"מ, $TP = 2.7$ ס"מ, $TK = 1.8$ ס"מ.
- א. איזה סוג של מרובע הוא המרובע KTPC? הסבירו את תשובתכם.
- ב. מה הסיבה לכך שהקטעים KP ו-CT חוצים זה את זה? הסבירו.

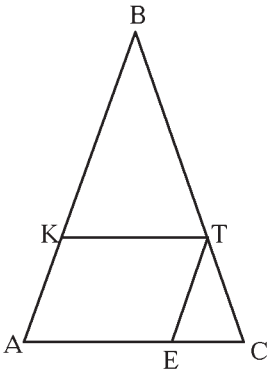
תשובות: בעמ' 246



30. במשולש $\triangle KPS$ הנקודה A היא אמצע הצלע KP.
נתון: $KP = 3.4$ ס"מ, $CB = 1.7$ ס"מ, $CB \parallel KP$, $\angle K = 68^\circ$.

- א. איזה סוג של מרובע הוא המרובע ABCK? הסבירו.
ב. חשבו את הזוויות של המרובע ABCK.

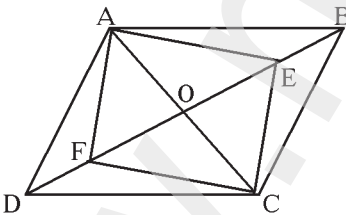
תשובות: בעמ' 246



31. במשולש שווה-שוקיים $\triangle ABC$ ($AB = BC$).
נתון: $TE = TC$, $\angle C = 70^\circ$,
 $\angle KTE = \angle C$, $\angle AKT = 110^\circ$.

- א. איזה סוג של מרובע הוא המרובע AKTE? הסבירו.
ב. הסבירו מדוע מתקיים $KT = AE$ ו- $AK \parallel TE$.

תשובות: בעמ' 246



32. נתונה מקבילית ABCD.

אורכי אלכסוניה הם 6.4 ס"מ $DB =$

ו- 4 ס"מ $AC =$

נתון: $DF = BE = 1.2$ ס"מ.

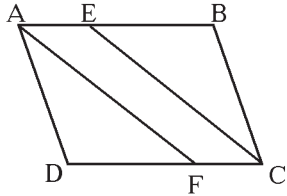
- א. איזה סוג של מרובע הוא המרובע AECF? הסבירו.

ב. האם נכונה הטענה: $EC \parallel AF$? הסבירו.

ג. האם נכונה הטענה: $\angle AEC = \angle AFC$? הסבירו.

ד. האם נכונה הטענה: $AE = FC$? הסבירו.

תשובות: בעמ' 246



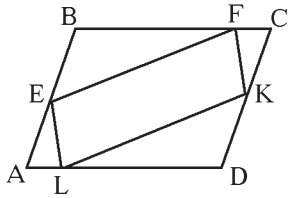
33. במרובע ABCD

AF חוצה את הזווית $\angle BAD$,

CE חוצה את הזווית $\angle BCD$.

נתון: $AF=CE$, $AD=BC$, $EB=FD$.

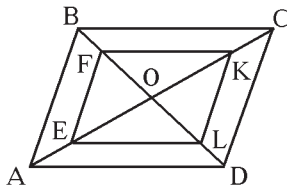
הוכיחו: המרובע ABCD הוא מקבילית.



34. במקבילית ABCD נתון:

$AL=CF$, $AE=CK$

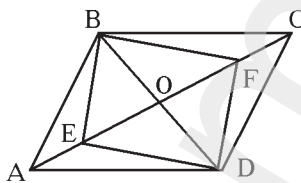
הוכיחו: המרובע EFKL הוא מקבילית.



35. במקבילית ABCD נתון:

$BF=DL$, $CK=AE$

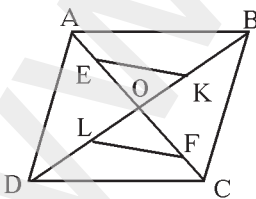
הוכיחו: המרובע EFKL הוא מקבילית.



36. במקבילית ABCD נתון:

$AF=CE$

הוכיחו: המרובע EBF D הוא מקבילית.



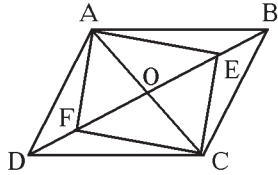
37. הנקודה O היא מפגש האלכסונים

ABCD. במקבילית

נתון: $AE=CF$, $BK=DL$.

הוכיחו: א. $EK=LF$

ב. $EK \parallel LF$

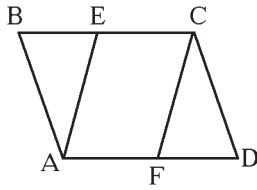


38. AECF הוא מקבילית.

* נתון: $\sphericalangle BAE = \sphericalangle FCD$.

$\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDF$.

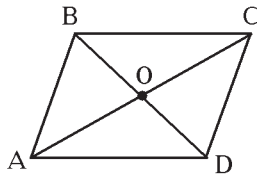
הוכיחו: המרובע ABCD הוא מקבילית.



39. במקבילית ABCD נתון: $BE=DF$.

הוכיחו: המרובע ECFA

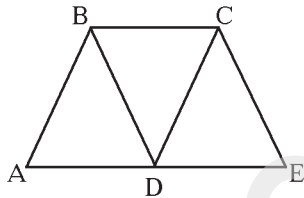
הוא מקבילית.



40. במרובע ABCD נתון:

$AO=CO$, $BC \parallel AD$

הוכיחו: המרובע ABCD הוא מקבילית.

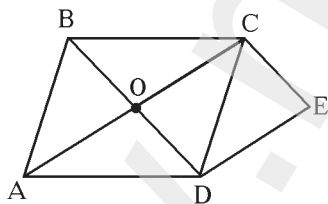


41. במקבילית ABCD האריכו את

AD עד לנקודה E, כך שמתקיים:

$AD=DE$

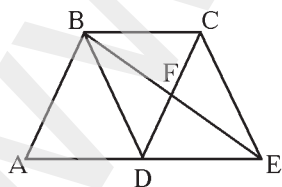
הוכיחו: $\sphericalangle BCE = \sphericalangle EDB$



42. במקבילית ABCD נתון:

$CE=BO$, $CE \parallel BD$

הוכיחו: $DE=AO$

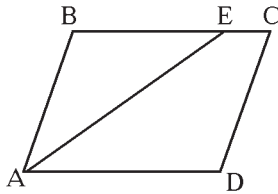


43. המרובע ABCD הוא מקבילית.

הנקודה F היא אמצע CD,

המשך BF חותך את המשך AD בנקודה E.

הוכיחו: המרובע BCED הוא מקבילית.



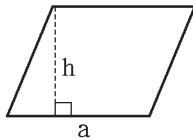
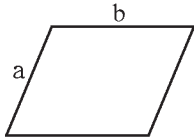
44. במרובע ABCD:

AE חוצה את הזווית $\angle BAD$.

נתון: $AB + EC = AD$, $BA = BE$.

א. הוכיחו: $AB = CD$.

ב. $\angle BAD = \angle BCD$.



45. הוכיחו: היקף מקבילית, שאורכי צלעותיה

a ו- b , שווה: $p = 2(a + b)$.



הוכיחו: שטח מקבילית

שאורך צלעה a ואורך הגובה

לצלע זו h , שווה: $S = a \cdot h$.

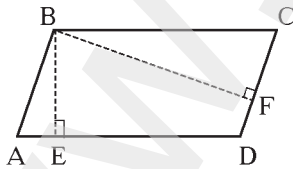
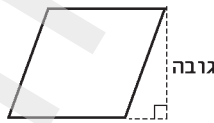
(הדרכה: העבירו אלכסון במקבילית,

באופן זה חולקה המקבילית לשני משולשים חופפים.)

זכרו!

הגובה במקבילית הוא אורך האנך, המחבר זוג צלעות נגדיות.

מקובל להעביר גובה מקודקוד המקבילית אל הצלע הנגדית או המשכה.



46. במקבילית ABCD נתון: $BE \perp AD$, $BF \perp CD$,

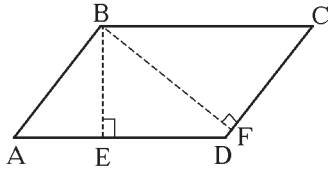
$AD = 10$ ס"מ, $BE = 4$ ס"מ, $BF = 8$ ס"מ.

א. חשבו את שטח המקבילית.

ב. חשבו את אורך הצלע CD (היעזרו בסעיף א').

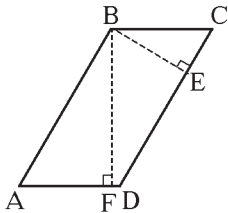
ג. חשבו את היקף המקבילית.

תשובות: בעמ' 246



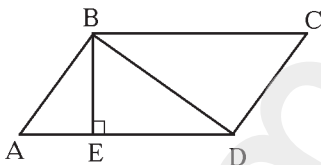
47. שטח המקבילית ABCD הוא 72 ס"מ². נתון:
 $BE \perp AD$, $BF \perp CD$, $BE = 6$ ס"מ, $BF = 9$ ס"מ.
א. חשבו את אורך הצלע AD.
ב. חשבו את אורך הצלע CD.
ג. חשבו את היקף המקבילית.

תשובות: בעמ' 246



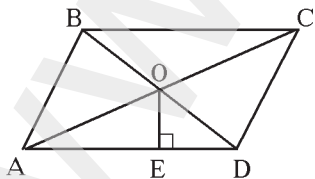
48. היקף המקבילית ABCD הוא 48 ס"מ. נתון:
 $BE \perp CD$, $BF \perp AD$, $BE = 6$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ.
א. חשבו את אורך הצלע CD.
ב. חשבו את שטח המקבילית.
ג. חשבו את אורך הגובה BF.

תשובות: בעמ' 246



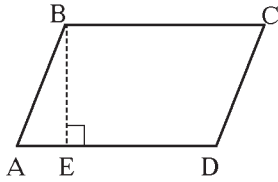
49. במקבילית ABCD הקטע BE הוא גובה לצלע AD.
נתון: $CD = 9$ ס"מ, $BE = 7$ ס"מ, $BD = 13$ ס"מ.
חשבו את אורך הצלע BC.
(הדרכה: במידת הצורך השתמשו במשפט פיתגורס.)

תשובה: בעמ' 246



50. במקבילית ABCD נתון:
 $OE \perp AD$, $OE = 3$ ס"מ, $AE = 7$ ס"מ, $ED = 4$ ס"מ.
חשבו את אורכי האלכסונים של המקבילית.
(הדרכה: במידת הצורך השתמשו במשפט פיתגורס.)

תשובה: בעמ' 246



51. צלעות המקבילית ABCD הן:

$$AB = 5 \text{ ס"מ}, BC = 8 \text{ ס"מ}.$$

נתון: $BE \perp AD$, $ED = 6 \text{ ס"מ}$.

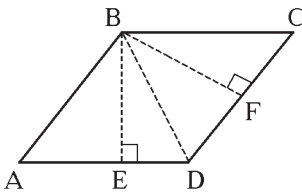
א. חשבו את אורך הגובה BE.

ב. חשבו את שטח המקבילית.

ג. חשבו את היקף המקבילית.

(הדרכה: במידת הצורך השתמשו במשפט פיתגורס.)

תשובות: בעמ' 246



52. שטח המקבילית ABCD הוא 60 סמ"ר.

נתון: $BE \perp AD$, $BF \perp CD$, $BD = 8 \text{ ס"מ}$, $DE = 3 \text{ ס"מ}$.

א. חשבו את אורך הגובה BE.

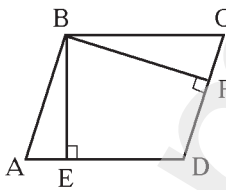
ב. חשבו את אורך הצלע AD.

ג. חשבו את אורך הצלע AB.

ד. חשבו את אורך הגובה BF (היעזרו בשטח המקבילית).

ה. חשבו את היקף המקבילית.

תשובות: בעמ' 246

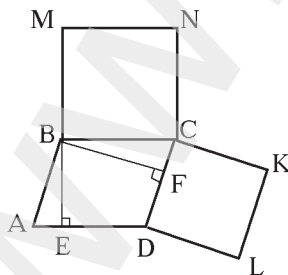


53. במקבילית ABCD

נתון: $BE \perp AD$, $BF \perp CD$.

$$\frac{BE}{BF} = \frac{CD}{AD}$$

הוכיחו:



54. המרובע ABCD הוא מקבילית.

המרובעים BMNC ו-CKLD הם ריבועים.

נתון: $BE \perp AD$, $BF \perp CD$.

$$\frac{S_{DCKL}}{S_{BMNC}} = \left(\frac{BE}{BF}\right)^2$$

הוכיחו:



בעיות בנייה

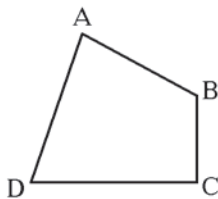
55. היעזרו בכלים המפורטים ב"בניות בסיסיות" בנספח א' שבסוף הספר,

ובצעו את הבניות הבאות:

- א. בנו מקבילית לפי שתי צלעות סמוכות והזווית החדה שביניהן.
- ב. בנו מקבילית לפי שתי צלעות סמוכות ואלכסון.
- ג. בנו מקבילית לפי שני אלכסונים והזווית החדה הכלואה ביניהם.

56. תרגיל מסכם

העתיקו למחברתכם והשלימו את החסר.



• מצולע בעל _____ נקרא **מרובע**.

✓ צלעות סמוכות - צלעות שיש להן _____

לדוגמה: _____ ו- _____.

✓ צלעות נגדיות - צלעות שאינן להן _____

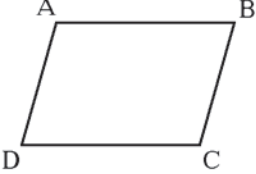
לדוגמה: _____ ו- _____.

✓ זוויות סמוכות - שתי זוויות המונחות ליד אותה _____

לדוגמה: _____ ו- _____.

✓ זוויות נגדיות - שתי זוויות שאינן מונחות ליד אותה _____

לדוגמה: _____ ו- _____.



המשך תרגיל מסכם

- מרובע, שבו כל זוג של צלעות נגדיות נקרא מקבילית.

$AB \parallel DC$

$BC \parallel AD$

תכונות המקבילית:

✓ במקבילית כל שתי צלעות נגדיות _____

זו לזו:

$.AD = \underline{\hspace{2cm}}$, $AB = \underline{\hspace{2cm}}$

✓ במקבילית כל שתי זוויות נגדיות _____

זו לזו:

$\sphericalangle A = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sphericalangle B = \underline{\hspace{2cm}}$

✓ במקבילית סכומן של כל שתי זוויות _____ הוא 180° :

$\sphericalangle B + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$, $\sphericalangle A + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$

$\sphericalangle D + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$, $\sphericalangle C + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$

✓ במקבילית האלכסונים _____

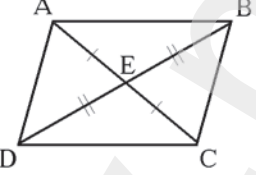
זה את זה:

$.AE = \underline{\hspace{2cm}}$, $BE = \underline{\hspace{2cm}}$

- כדי שמרובע יהיה מקבילית, עליו לקיים אחד מהתנאים הבאים:

1. כל שתי צלעותיו הנגדיות _____ זו לזו.

2. כל שתי צלעותיו הנגדיות _____ זו לזו.

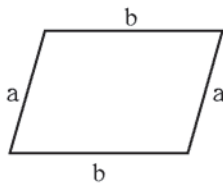


המשך תרגיל מסכם

3. שתי צלעות נגדיות גם _____ וגם _____ זו לזו.

4. כל שתי זוויותיו הנגדיות _____ זו לזו.

5. אלכסוניו _____ זה את זה.

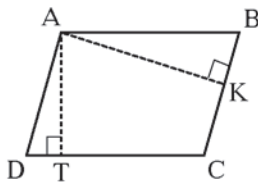


• היקף המקבילית (כמו בכל מצולע)

הוא סכום אורכי כל _____ .

מסמנים את ההיקף באות P.

$P = 2(\text{---} + \text{---})$ או $P = 2a + \text{---}$



• שטח המקבילית שווה למכפלת צלע _____

לאותה צלע.

מסמנים את השטח באות S.

$S = \text{---} \cdot AT$ או $S = BC \cdot \text{---}$

• העתיקו את טבלת ריכוז המשפטים למחברתכם והשלימו.

משפטים (חלקם הפוכים) הקובעים מהו התנאי כדי שמרובע יהיה מקבילית	משפטים הקשורים לתכונות המקבילית
מרובע, שכל שתי צלעותיו הנגדיות _____, הוא מקבילית	במקבילית כל שתי צלעות נגדיות _____ זו לזו
מרובע, שכל שתי זוויותיו הנגדיות _____, הוא מקבילית	במקבילית כל שתי זוויות נגדיות _____ זו לזו
<u>רשות</u> - האם תוכלו לנסח משפט הפוך למשפט שמימין	במקבילית סכומן של כל שתי זוויות סמוכות הוא _____°
מרובע, שאלכסוניו _____, הוא מקבילית	במקבילית האלכסונים _____ זה את זה
מרובע, שבו זוג צלעות נגדיות שוות ו _____, הוא מקבילית	<u>רשות</u> - האם תוכלו לנסח משפט, שהמשפט ההפוך לו הוא המשפט שמשמאל

תשובות: ראו נספח ג' בסוף הספר

תשובות - מקבילית

1. (א) מצולע בעל ארבע צלעות נקרא מרובע
 (ב) $AB \perp BC$, $CD \perp BC$, $DA \perp CD$, $AB \perp DA$
 (ג) $BC \perp AD$, $AB \perp DC$
 (ד) $\angle A \perp \angle B$, $\angle B \perp \angle C$, $\angle C \perp \angle D$, $\angle D \perp \angle A$
 (ה) $\angle A \perp \angle C$, $\angle D \perp \angle B$
2. (א) צלעות נגדיות, זוויות סמוכות
 (ב) צלעות סמוכות, זוויות נגדיות
 (ג) צלעות נגדיות, זוויות נגדיות
 (ד) צלעות נגדיות, זוויות סמוכות
3. (א) $AD \parallel BC$ ו- $AB \parallel DC$
 (ב) $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 5 = \angle 8$, $\angle 6 = \angle 7$
 זוויות אלה הן זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים.
4. (א) $\alpha = 25^\circ$, $\beta = 40^\circ$, $\gamma = 115^\circ$
 (ב) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 100^\circ$
 (ג) $\alpha = 25^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 110^\circ$
 (ד) $\alpha = 34^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 56^\circ$, $\delta = 56^\circ$
 (ה) $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 120^\circ$, $\gamma = 45^\circ$
 (ו) $\alpha = 95^\circ$, $\beta = 20^\circ$, $\gamma = 75^\circ$
5. (א) I. במקבילית הצלעות הנגדיות שוות זו לזו והזוויות הנגדיות שוות זו לזו.
 II. הוכחה מפורטת של המשפטים - ראו נספח ב' בסוף הספר.
 (ב) I. כן II. הוכחה מפורטת של המשפט - ראו נספח ב' בסוף הספר.
 (ג) I. במקבילית נקודת מפגש האלכסונים מחלקת כל אלכסון לשניים, כלומר האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.
 II. הוכחה מפורטת של המשפט - ראו נספח ב' בסוף הספר.
 (ד) (1) במקבילית הצלעות הנגדיות שוות זו לזו.
 (2) במקבילית הזוויות הנגדיות שוות זו לזו.
 (3) במקבילית סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא 180° .
 (4) במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
6. (א) $a = 3$, $b = 5$
 (ב) $x = 4$, $y = 8$
 (ג) $k = 6$, $m = 10$
7. (א) $x = 4$, 14 ס"מ, 7 ס"מ
 (ב) $x = 6$, 3 ס"מ, 12 ס"מ
 (ג) $x = 12$, 18 ס"מ, 34 ס"מ
8. (א) $\alpha = 140^\circ$, $\beta = 40^\circ$, $\gamma = 140^\circ$
 (ב) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$, $\gamma = 60^\circ$
 (ג) $\alpha = 145^\circ$, $\beta = 35^\circ$, $\gamma = 145^\circ$
 (ד) $\alpha = 98^\circ$, $\beta = 82^\circ$, $\gamma = 98^\circ$
9. (א) $x = 25^\circ$, 95° , 85° , 95° , 85°
 (ב) $x = 10^\circ$, 140° , 40° , 140° , 40°
 (ג) $x = 15^\circ$, 65° , 115° , 65° , 115°
10. (א) $AB = DC = 5$ ס"מ, $BC = AD = 7$ ס"מ, $\angle A = \angle C = 70^\circ$, $\angle B = \angle D = 110^\circ$
 (ב) $AB = DC = 6$ ס"מ, $BC = AD = 9$ ס"מ, $\angle A = \angle C = 80^\circ$, $\angle B = \angle D = 100^\circ$
 (ג) $AB = DC = 8$ ס"מ, $BC = AD = 11.31$ ס"מ, $\angle A = \angle C = 45^\circ$, $\angle B = \angle D = 135^\circ$
 (ד) $AB = DC = 20$ ס"מ, $BC = AD = 10$ ס"מ, $\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$
 (ה) $AB = DC = 7$ ס"מ, $BC = AD = 4$ ס"מ, $\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$
 (ו) $AB = DC = 14$ ס"מ, $BC = AD = 28.41$ ס"מ, $\angle A = \angle C = 58^\circ$, $\angle B = \angle D = 122^\circ$

11. א) $y=12, x=7$ ב) $y=7, x=18$ ג) $y=10, x=16$ ד) $x=12, y=18$
 ה) $x=6.5, y=5$ ו) $x=7, y=18$
12. א) $BC=4$ ס"מ, $CD=2.5$ ס"מ ב) $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 60^\circ, \sphericalangle B = \sphericalangle D = 120^\circ$
13. א) $AB=4$ ס"מ, $AD=3.5$ ס"מ ב) 60° ג) 60°
14. א) 32° ב) 32° ג) 38° ד) 38°
- ה) הזוויות שוות, $\triangle KDT \sim \triangle C$ ו) $1\frac{1}{3}$ ס"מ
15. א) 75° ב) 75° ג) משולש שווה-שוקיים ד) 6.6 ס"מ
 ה) 30° ו) 54°
28. א) הוכחה מפורטת של המשפט - ראו נספח ב' בסוף הספר
 ב) I. מרובע שבו כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.
 II. הוכחה מפורטת של המשפט - ראו נספח ב' בסוף הספר
 ג) I. מרובע שבו האלכסונים חוצים זה את זה הוא מקבילית.
 II. הוכחה מפורטת של המשפט - ראו נספח ב' בסוף הספר
 ד) הוכחה מפורטת של המשפט - ראו נספח ב' בסוף הספר
 ה) (1) מרובע, שכל שתי צלעותיו הנגדיות שוות, הוא מקבילית.
 (2) מרובע, שכל זוויותיו הנגדיות שוות, הוא מקבילית.
 (3) מרובע, שאלכסוניו נחצים, הוא מקבילית.
 (4) מרובע, שבו זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות, הוא מקבילית.
29. א) מקבילית ב) אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה.
30. א) מקבילית ב) $\sphericalangle K = \sphericalangle B = 68^\circ, \sphericalangle A = \sphericalangle C = 112^\circ$
31. א) מקבילית ב) צלעות נגדיות במקבילית מקבילות זו לזו ושוות זו לזו.
32. א) מקבילית ב) כן ג) כן ד) כן
46. א) 40 סמ"ר ב) 5 ס"מ ג) 30 ס"מ
47. א) 12 ס"מ ב) 8 ס"מ ג) 40 ס"מ
48. א) 16 ס"מ ב) 96 סמ"ר ג) 12 ס"מ
49. 16.61 ס"מ
50. $BD=10$ ס"מ, $AC=15.24$ ס"מ
51. א) 4.58 ס"מ ב) 36.64 סמ"ר ג) 26 ס"מ
52. א) 7.42 ס"מ ב) 8.09 ס"מ ג) 9 סמ"ר ד) 6.67 ס"מ ה) 34.18 ס"מ
56. **תרגיל מסכם** - ראו נספח ג' בסוף הספר.