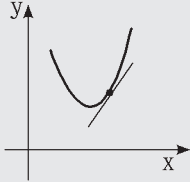


משוואת המשיק לגרף הפונקציה



בפרקים הקודמים הסברנו מהו משיק ומהי נקודת ההשקה. נשאלת השאלה כיצד ניתן למצוא את נוסחת המשיק? מכיוון שהמשיק הוא קו ישר, מוצאים את משוואתו על-ידי הנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$.

שלבי הפתרון במציאת משוואת המשיק הם:

מקרה א' - נקודת ההשקה ידועה

1. נגזור את הפונקציה.
 2. נציב בנגזרת את x_1 (שיעור ה- x של נקודת ההשקה), ונקבל את שיפוע המשיק.
 3. נציב את m ו- $(x_1; y_1)$ בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$.
- הערה: אם ידוע רק שיעור אחד של נקודת ההשקה (x_1 או y_1), נציב במשוואת הפונקציה לקבלת השיעור השני.

מקרה ב' - השיפוע ידוע

1. נגזור את הפונקציה, נשווה את הנגזרת לשיפוע, ונמצא את x_1 (שיעור ה- x של נקודת ההשקה).
 2. נציב במשוואת הפונקציה את x_1 , ונקבל את y_1 (שיעור ה- y של נקודת ההשקה).
 3. נציב את m ו- $(x_1; y_1)$ בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$.
- תזכורת! נקודת חיתוך של שני ישרים היא פתרון מערכת משוואותיהם.

דוגמה א'

נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - 3x + 1$.

מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.

פתרון:

נמצא תחילה את שיעור ה- y של נקודת ההשקה.

$$x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = 3 \Rightarrow (2; 3)$$

נמצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה זו.

$$y' = 4x - 3$$

$$m = y'(2) = 4 \cdot 2 - 3 = 5 \Rightarrow m = 5$$

נמצא את משוואת המשיק, העובר דרך הנקודה $(2; 3)$ ושיפועו 5, על-ידי הצבה

$$\text{בנוסחה: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 5(x - 2)$$

$$\boxed{y = 5x - 7}$$

תשובה: משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 2$ היא $y = 5x - 7$.

דוגמה ב'

נתונה הפונקציה $y = -3x^2 + 2x + 6$.

מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה, המקביל לישר $y = -4x + 15$.

פתרון:

המשיק המבוקש מקביל לישר הנתון,

לכן שיפועו יהיה כשיפוע הישר הנתון, כלומר $m = -4$.

נמצא את נקודת ההשקה:

$$m = y' = -6x + 2$$

$$-4 = -6x + 2$$

$$6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 6 = 5$$

נקודת ההשקה היא $(1; 5)$.

נמצא את משוואת המשיק, העובר דרך הנקודה $(1; 5)$ ושיפועו -4 , על-ידי הצבה

בנוסחה:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = -4(x - 1)$$

$$y = -4x + 9$$

תשובה: משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר $y = -4x + 15$

היא $y = -4x + 9$.

תרגילים

1. מצאו את משוואת הישר, העובר דרך הנקודה $(2; 4)$ ושיפועו 3.

תשובה: $y = 3x - 2$

2. מצאו את משוואת הישר, העובר דרך נקודה נתונה ושיפועו ידוע במקרים הבאים:

א. הנקודה היא $(3; 1)$, והשיפוע הוא 2.

ב. הנקודה היא $(0; 4)$, והשיפוע הוא -2 .

ג. הנקודה היא $(-1; 3)$, והשיפוע הוא 5.

ד. הנקודה היא $(-2; -3)$, והשיפוע הוא 3.

ה. הנקודה היא $(2; -1)$, והשיפוע הוא -4 .

ו. הנקודה היא $(0; 0)$, והשיפוע הוא -3 .

תשובות: א) $y = 2x - 5$ ב) $y = -2x + 4$ ג) $y = 5x + 8$

ד) $y = 3x + 3$ ה) $y = -4x + 7$ ו) $y = -3x$

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 5x$.

א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $(1; 6)$.

ב. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה זו.

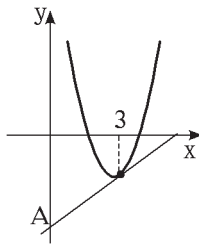
תשובות: א) 7 ב) $y = 7x - 1$

4. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^2 + 4x + 1$ בנקודה $(2; 13)$.
תשובה: $y = 8x - 3$

5. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 2x + 5$ בנקודה $(1; 4)$.
תשובה: $y = -2x + 6$

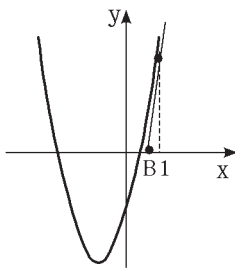
6. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$ בנקודות הבאות:
א. $(-3; 1)$ ב. $(-2; -1)$ ג. $(-1; -3)$ ד. $(0; 1)$
תשובות: א) $y = 1$ ב) $y = -3x - 7$ ג) $y = -3$ ד) $y = 9x + 1$

7. א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = x^2 + 4x$ בנקודה $x = 1$.
ב. מצאו את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- y .
תשובות: א) $y = 6x - 1$ ב) $(0; -1)$



8. לגרף הפונקציה $y = x^2 - 4x$ מעבירים משיק בנקודה $x = 3$.
מצאו את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- y (נקודה A).
תשובה: $(0; -9)$

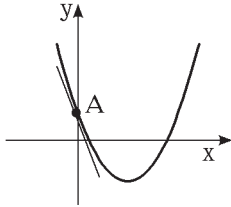
9. א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = x^2 + x + 1$ בנקודה $x = -2$.
ב. מצאו את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .
תשובות: א) $y = -3x - 3$ ב) $(-1; 0)$



10. לגרף הפונקציה $y = 2x^2 + 4x - 2$ מעבירים משיק בנקודה $x = 1$.
מצאו את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x (נקודה B).
תשובה: $(0.5; 0)$

11. א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = x^2$ בנקודה $x = 2$.
ב. מצאו את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
תשובות: א) $y = 4x - 4$ ב) $(1; 0)$, $(0; -4)$

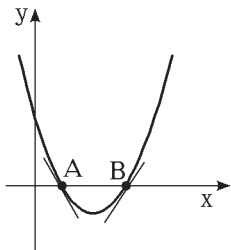
12. א. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = 3x^2$ בנקודה $x=2$.
 ב. מצאו את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
 תשובות: א) $y = 12x - 12$ ב) $(1; 0)$, $(0; -12)$



13. א. מצאו את נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x) = x^2 - 5x + 2$ עם ציר ה-y (נקודה A).
 ב. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאתם בסעיף א'.
 תשובות: א) $(0; 2)$ ב) $y = -5x + 2$

14. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = 3x^2 - 2x + 4$ בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.
 תשובה: $y = -2x + 4$

15. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 1$ בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.
 תשובה: $y = 4x + 1$



16. א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 8$ עם ציר ה-x (נקודות A ו-B).
 ב. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאתם בסעיף א'.
 תשובות: א) $(4; 0)$, $(2; 0)$ ב) $y = 2x - 8$, $y = -2x + 4$

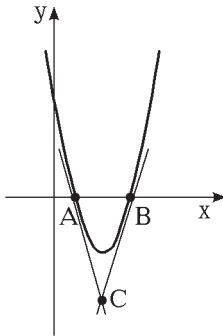
17. א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 5x$ עם ציר ה-x.
 ב. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאתם בסעיף א'.
 תשובות: א) $(5; 0)$, $(0; 0)$ ב) $y = 5x - 25$, $y = -5x$

18. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 5x + 6$ בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה-x.
 תשובה: $y = x - 3$, $y = -x + 2$

19. א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $y = x^3 - 9x$ עם ציר ה-x.
 ב. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאתם בסעיף א'.
 תשובות: א) $(3; 0)$, $(0; 0)$, $(-3; 0)$ ב) $y = 18x - 54$, $y = -9x$, $y = 18x + 54$

20. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $f(x) = x^2(x-4)$ בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

תשובה: $y = 8x - 16$, $y = -4x$, $y = 8x + 16$

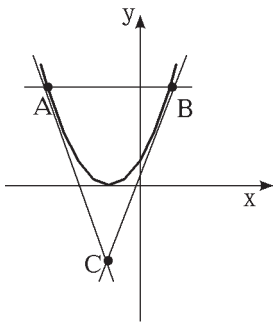


21. א. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 5$ בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
ב. מצאו את נקודת החיתוך של שני המשיקים הללו.

תשובות: א) $y = 4x - 20$, $y = -4x + 4$ ב) $(3; -8)$

22. מצאו את נקודת החיתוך של שני המשיקים לגרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 7$ בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

תשובה: $(4; -18)$



23. א. מצאו את נקודות החיתוך של הקו הישר $y = 4$ עם גרף הפונקציה $y = (x+1)^2$ (נקודות A ו-B).
ב. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאתם בסעיף א'.
ג. מצאו את נקודת החיתוך של שני המשיקים הללו (נקודה C).

תשובות: א) $(1; 4)$, $(-3; 4)$ ב) $y = 4x$, $y = -4x - 8$ ג) $(-1; -4)$

24. א. מצאו את נקודות החיתוך של הקו הישר $y = 9$ עם גרף הפונקציה $y = 2x^2 + 4x + 3$.
ב. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות שמצאתם בסעיף א'.
ג. מצאו את נקודת החיתוך של המשיקים.

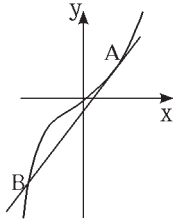
תשובות: א) $(-3; 9)$, $(1; 9)$ ב) $y = 8x + 1$, $y = -8x - 15$ ג) $(-1; -7)$

25. א. הישר $y = 5$ חותך את הפרבולה $y = 14 - x^2$ בשתי נקודות. מצאו את המשוואות של המשיקים לפרבולה בנקודות החיתוך עם הישר.
ב. מצאו את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאתם בסעיף א'.

תשובות: א) $y = 6x + 23$, $y = -6x + 23$ ב) $(0; 23)$

26. א. הישר $y=8$ חותך את הפרבולה $y=9-x^2$ בשתי נקודות.
מצאו את המשוואות של המשיקים לפרבולה בנקודות החיתוך עם הישר.
ב. מצאו את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאתם בסעיף א'.

תשובות: א) $y=2x+10$, $y=-2x+10$ (ב) $(0;10)$



27. א. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה $y=4x^3$ בנקודה $A(1;4)$.
ב. הראו שהמשיק שמצאתם בסעיף א', חותך את גרף הפונקציה $y=4x^3$ בנקודה נוספת B, שבה $x=-2$.
תשובה: א) $y=12x-8$

28. א. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה $y=2x^3$ בנקודה $(2;16)$.
ב. הראו שהמשיק שמצאתם בסעיף א', חותך את גרף הפונקציה $y=2x^3$ בנקודה נוספת, שבה $x=-4$.
תשובה: א) $y=24x-32$

29. א. מצאו את משוואת המשיק לפרבולה $y=3x^3$ בנקודה $(-1;-3)$.
ב. הראו שהמשיק שמצאתם בסעיף א', חותך את גרף הפונקציה $y=3x^3$ בנקודה נוספת, שבה $x=2$.
תשובה: א) $y=9x+6$

30. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+3x+5$.
א. מצאו נקודה, שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 7.
ב. מצאו את משוואת המשיק בנקודה שמצאתם בסעיף א'.
תשובות: א) $(2;15)$ (ב) $y=7x+1$

31. נתונה הפונקציה $y=2x^2+3x+5$.
א. מצאו נקודה, שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 3.
ב. מצאו את משוואת המשיק בנקודה שמצאתם בסעיף א'.
תשובות: א) $(0;5)$ (ב) $y=3x+5$

32. נתונה הפונקציה $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה, אם ידוע ששיפועו 11. תשובה: $y = 11x - 13$
33. נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2}{2} - 3x + 1$. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה, אם ידוע ששיפועו 1. תשובה: $y = x - 7$
34. נתונה הפונקציה $y = x^3 - 3x^2$. א. מצאו את הנקודות, שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה הוא 9. ב. מצאו את משוואות המשיקים בנקודות שמצאתם בסעיף א'. תשובות: א) $(3; 0)$, $(-1; -4)$ ב) $y = 9x + 5$, $y = 9x - 27$
35. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 6x^2 + x + 1$. מצאו את משוואות שני המשיקים לגרף הפונקציה, ששיפועם 16. תשובה: $y = 16x - 99$, $y = 16x + 9$
36. לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 2$ מעבירים שני משיקים ששיפועם 3. מצאו את משוואות המשיקים. תשובה: $y = 3x - \frac{1}{3}$, $y = 3x - 11$
37. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 4x - 1$. א. מצאו נקודה על גרף הפונקציה, שהמשיק דרכה מקביל לישר $y = 6x - 5$. ב. מצאו את משוואת המשיק. תשובות: א) $(1; 4)$ ב) $y = 6x - 2$
38. א. לגרף הפונקציה $y = 2(1-x)^2 + x - 6$ מעבירים משיק, המקביל לישר $y = 5x + 1$. מצאו את נקודת ההשקה. ב. מצאו את משוואת המשיק. תשובות: א) $(2; -2)$ ב) $y = 5x - 12$
39. נתונה הפונקציה $y = x^3 - 6x^2$. א. מצאו שתי נקודות על גרף הפונקציה, שהמשיק דרכן מקביל לישר $y = 15x - 1$. ב. מצאו את משוואות המשיקים. תשובות: א) $(-1; -7)$, $(5; -25)$ ב) $y = 15x - 100$, $y = 15x + 8$

40. נתונה הפונקציה $f(x) = x(x^2 - 3x - 6)$. מצאו את משוואות שני המשיקים לגרף הפונקציה, המקבילים לישר $y = 3x + 4$. תשובה: $y = 3x - 27$, $y = 3x + 5$

41. נתונה הפונקציה $y = x^3 - 12x$.
 א. מצאו נקודות על גרף הפונקציה, שהמשיק דרכן מקביל לציר ה- x .
 ב. מצאו את משוואות המשיקים.
 תשובות: א) $(-2; 16)$, $(2; -16)$ ב) $y = 16$, $y = -16$

42. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 27x$. המקבילים לציר ה- x .
 תשובה: $y = 54$, $y = -54$

43. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x$. ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $A(2; 2)$, מקביל לישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.
 א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.
 ג. מצאו את משוואת המשיק בנקודה B.
 תשובות: א) 9 ב) $B(-2; -2)$ ג) $y = 9x + 16$

44. נתונה הפונקציה $f(x) = 4x^3 - 6x^2$. ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $A(2; 8)$, מקביל לישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.
 א. מצאו את שיעורי הנקודה B.
 ב. מצאו את משוואת המשיק בנקודה B.
 תשובות: א) $(-1; -10)$ ב) $y = 24x + 14$

45. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 7x + 1$. מצאו נקודה על גרף הפונקציה, שהמשיק דרכה מאונך לישר $y = -\frac{1}{3}x + 1$.
 ב. מצאו את משוואת המשיק.
 תשובות: א) $(5; -9)$ ב) $y = 3x - 24$

46. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = 2x^2 - 4x + 3$, המאונך לישר $y = -\frac{1}{4}x + 3$.
 תשובה: $y = 4x - 5$

47. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = 4x^2 - x + 3$,

$$\text{המאונך לישר } y = -\frac{1}{7}x + 5.$$

$$\text{תשובה: } y = 7x - 1$$

48. נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 6x$. ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $A(3.5; 8.75)$,

מאונך לישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.

א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.

$$\text{תשובות: א) } -1 \quad \text{ב) } (2.5; 8.75) \quad \text{ג) } y = x + 6.25$$

49. נתונה הפונקציה $y = 8x - x^2$. ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $A(3; 15)$,

מאונך לישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.

א. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ב. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.

$$\text{תשובות: א) } \left(4\frac{1}{4}; 15\frac{15}{16}\right) \quad \text{ב) } y = -\frac{1}{2}x + 18\frac{1}{16}$$