

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה

1. תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים.

הקודקודים A, C, D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה-x, של ציר ה-y ושל ציר ה-z בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון: $AD = 2$, $DC = 5$, נפח התיבה הוא 80.

א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד D'.

(2) כתבו את השיעורים של הקודקודים A, B, C, C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת: $\vec{CE} = \frac{3}{4}\vec{CC'}$.

הנקודה F היא אמצע המקצוע DD'.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה BB'C'C.

הנקודה M נמצאת על הפאה AA'D'D ומקיימת:

המרובע FEKM הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E, F, K.

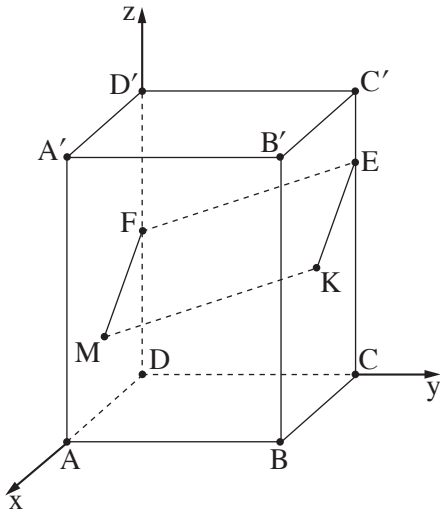
ג. (1) חשבו את גודל הזווית FEK.

(2) חשבו את שטח המקבילית FEKM.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) הסבירו מדוע הנקודות A, M, F נמצאות על אותו ישר.

(3) חשבו פי כמה שטח המקבילית FEKM גדול משטח המשולש AMK.



2. מרצה באוניברסיטה רצתה לבדוק אם היעדרות משיעורים בקורס שנתי (המשתנה x) קשורה לינארית לציון במבחן הסופי (המשתנה y).

נתון: ממוצע ההיעדרות מן השיעורים היה $\bar{x} = 10$, הציון הממוצע היה $\bar{y} = 70$, ומקדם המתאם היה שלילי ($r < 0$). המרצה מצאה את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y מ- x .

א. אחת מן המשוואות 1–4 שלפניכם היא המשוואה שמצאה המרצה. קבעו איזו מהן היא המשוואה, ונמקו את קביעתכם.

1. $y = 10x - 30$

2. $y = x + 60$

3. $y = -2x + 70$

4. $y = -2x + 90$

המרצה חישבה את סטיות התקן בעבור היעדרות מן השיעורים ובעבור הציונים במבחן הסופי, וקיבלה: $S_y = 10$, $S_x = 4$.

ב. חשבו את מקדם המתאם r .

ג. מהו מספר היעדרויות שישר הרגרסיה מנבא בעבורו ציון 80?

דוד, מרצה אחר, רצה לערוך את אותה בדיקה בנוגע לתלמידיו. הוא מצא את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y מ- x , וגילה כי בעבור כל מספר של היעדרויות – הישר מנבא תמיד את הציון 65.

ד. מצאו את ערכו של כל אחד מן המדדים שבתת-סעיפים (1)–(2) בעבור התלמידים של דוד:

(1) שיפוע ישר הרגרסיה.

(2) הציון הממוצע (\bar{y}).

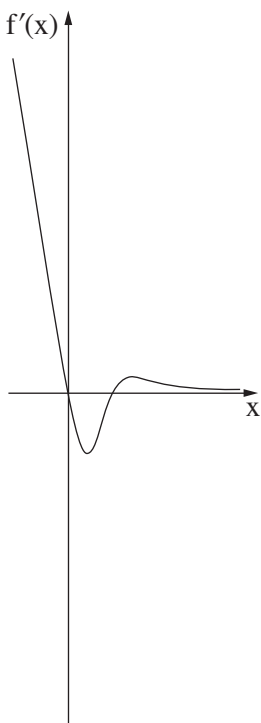
ה. על פי הנתונים שבשאלה, האם אפשר למצוא את הממוצע של היעדרויות התלמידים של דוד? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

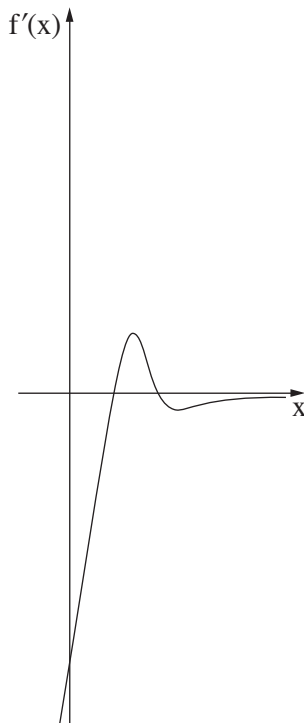
3. אחד הבנקים מלווה כסף לגופים מסחריים בריבית קבועה.
- א. הנהלת הבנק קבעה ריבית של 1.45% לשנה.
- (1) חברת "היי־טק" לוותה 1,000,000 שקלים לשנתיים. מהו גובה הסכום שהיה על החברה להחזיר לבנק בתום השנתיים?
- (2) חברת "התעשייה" לוותה 1,000,000 שקלים ל-3 חודשים. מהו גובה הסכום שהיה עליה להחזיר לבנק בתום 3 החודשים?
- (3) חברת "הבנייה" לוותה 2,000,000 שקלים, והחזירה לבנק בתום תקופת הלוואה סכום של 2,103,353.05 שקלים. מה היה משך תקופת הלוואה?
- הנהלת הבנק התחלפה, ואז הציע הבנק ללקוחותיו המסחריים שני מסלולי הלוואה חדשים לשנתיים:
- מסלול 1 – מסלול בריבית משתנה: 1% ריבית לשנה הראשונה, ו-2.2% ריבית לשנה השנייה.
- מסלול 2 – מסלול בריבית שנתית קבועה לשנתיים.
- ב. חברה לווה סכום מסוים.
- מה צריכה להיות הריבית השנתית במסלול 2, כדי שבתום השנתיים יקבל הבנק מן החברה את אותו סכום החזר בשני המסלולים?
- פרטו את חישוביכם.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2x^2 - 11x + 14) \cdot e^{4-x}$.

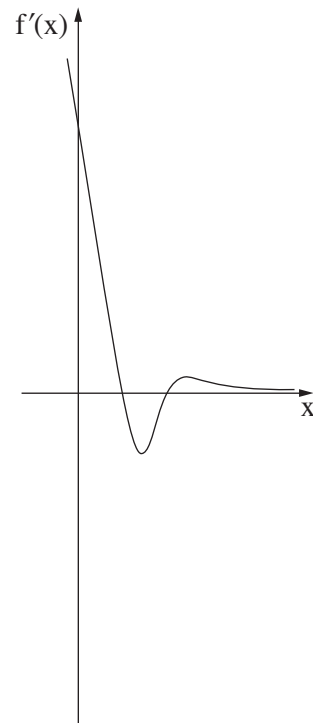
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ג. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ד. קבעו עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$. נמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



III



II



I

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
- ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
- (2) מצאו ערך של c שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי הישר $y = c$ שווה ל- S .
- נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!