

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 4 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

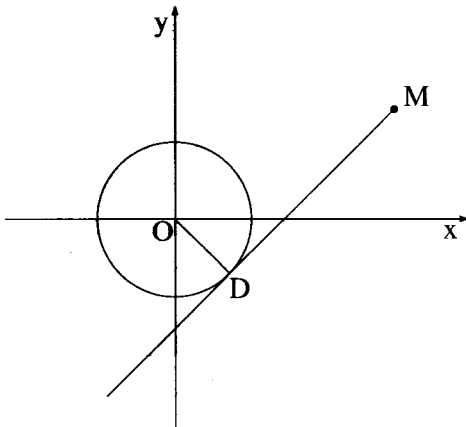
ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)
 ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- מכונית נסעה מעיר A לעיר B על כביש ראשי במהירות קבועה.
 בדרך חזרה מעיר B לעיר A נסעה המכונית בדרך עפר, הקצרה ב- 40% מהדרך בכביש הראשי, ונאלצה להקטין את מהירותה ב- 10%.
 אורך הדרך בכביש הראשי מ-A ל-B הוא 240 ק"מ.
 נתון כי בכביש הראשי עברה המכונית $\frac{2}{3}$ מהדרך שבין A ל-B ב- 2 שעות.
 מצא את זמן הנסיעה של המכונית בדרך חזרה מ-B ל-A.



- נתון מעגל שמרכזו $O(0,0)$.
 דרך הנקודה M, הנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה $D(1, -1)$ (ראה ציור).
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. מצא:
 (1) את משוואת הישר OD.
 (2) את משוואת המשיק DM.
 ג. נתון כי $DM = \sqrt{18}$.
 מצא את השיעורים של הנקודה M.
 ד. העבירו מעגל דרך הנקודות O, D, M.
 מצא את המשוואה של מעגל זה.

3. במלאי של סוחר יש כובעים המיוצרים בשלושה מפעלים: מפעל A, מפעל B, מפעל C.

מלאי הכובעים הוא גדול מאוד.

א. $\frac{1}{2}$ מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל A.

ב. $\frac{1}{3}$ מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל B.

ג. שאר הכובעים במלאי מיוצרים במפעל C.

5% מהכובעים המיוצרים במפעל A הם פגומים.

1.5% מהכובעים המיוצרים במפעל B הם פגומים.

3.5% מהכובעים במלאי הם פגומים.

א. בוחרים באקראי כובע אחד מבין הכובעים המיוצרים במפעל C.

מהי ההסתברות שהכובע פגום?

ב. מהי ההסתברות שבמדגם מקרי של 6 כובעים המיוצרים במפעל C יש

לכל היותר כובע אחד פגום?

נוסחאות בהסתברות מותנית

$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ פרופורציה מותנית והסתברות מותנית:

$P(A / B) = \frac{P(B / A) \cdot P(A)}{P(B)}$ נוסחת בייס:

$P(A / B) \neq P(A / \bar{B})$ יש תלות:

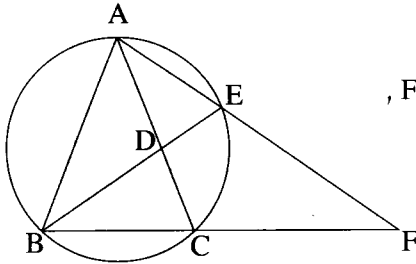
$P(A / B) \neq P(A)$

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. משולש ABC חסום במעגל.



המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.

המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F,

כמתואר בציור.

נתון: $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$

$$EF = 16 \text{ ס"מ}$$

$$AF = 25 \text{ ס"מ}$$

א. (1) הוכח כי $\triangle BAE \sim \triangle FAB$.

(2) מצא את האורך של AB.

(3) מצא את האורך של BF.

ב. הוכח כי $\triangle AEC \sim \triangle BEF$.

ג. מצא את האורך של CF.

5. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R.

מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B,

ויוצא ישר החותך את המעגל בנקודות D ו-C.

CD הוא קוטר (ראה ציור).

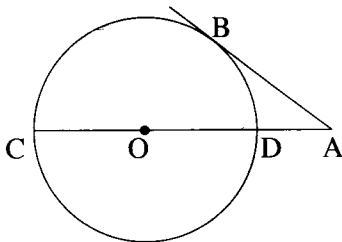
נתון: $AD = \frac{2R}{3}$

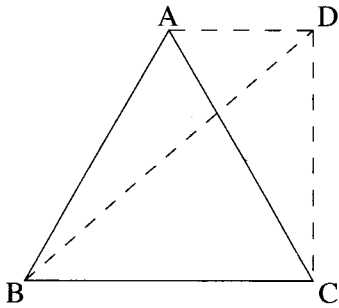
א. הבע את AB באמצעות R. נמק.

ב. חשב את גודל הזווית BOA.

ג. מנקודה A יוצא ישר נוסף המשיק למעגל בנקודה F.

הוכח כי $BF \perp AO$.





6. משולש ABC הוא שווה-צלעות (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם משולש זה הוא R.

א. הבע באמצעות R:

(1) את היקף המשולש ABC.

(2) את שטח המשולש ABC.

ב. על הצלע AC בנו משולש ADC

כך ש- $AD \parallel BC$ ו- $\angle ADC = 90^\circ$ (ראה ציור).

נתון גם כי $R = 4\sqrt{3}$.

מצא את האורך של הקטע BD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x-3} - \frac{3}{x-1}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- קבע אם נקודה ששיעור ה- y שלה הוא -5 נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - ax$ (ראה ציור).

a הוא פרמטר.

א. ישר, המשיק לגרף של $f(x)$ בנקודה

שבה $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$, מקביל לציר ה- x .

מצא את הערך של a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) על פי הגרף של $f(x)$, קבע את התחומים שבהם $f(x)$ שלילית

ואת התחומים שבהם $f(x)$ חיובית.

(3) נגזרת של הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

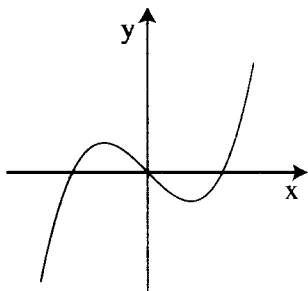
($f(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $g(x)$.)

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

נמק.

ג. הישר $y = -7$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

מצא את הפונקציה $g(x)$.



9. בציר מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות

$$g(x) = \cos^2 x + 1, \quad f(x) = \sin x$$

א. מצא איזה גרף הוא

של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$.

נמק.

ב. נקודה A נמצאת על גרף I ונקודה B נמצאת על גרף II כך שהקטע AB מקביל

לציר ה-y ונמצא בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

(1) מצא את שיעור ה-x של הנקודה A, שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

(2) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך