

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

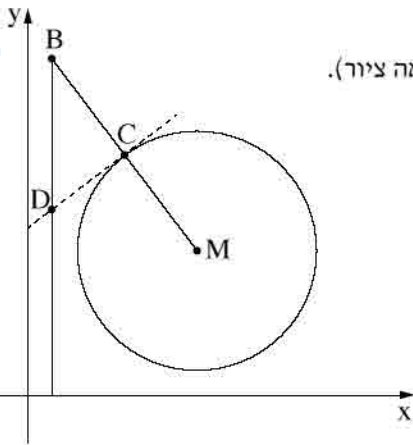
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

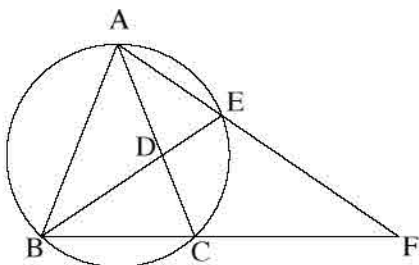
1. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
 רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B.
 הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מייד ליישוב A.
 מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-5 קמ"ש מן המהירות שלו בדרכו ליישוב B.
 זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך בחצי שעה מזמן הרכיבה ליישוב B.
 א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.
 ב. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.
 ג. באיזו שעה הגיע הרוכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-A ל-B, ובאיזו שעה הגיע הרוכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-B ל-A?



2. נתון מעגל שמרכזו $M(7, 6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור). נתון: $B(1, 14)$, $MC = CB$.
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. העבירו משיק למעגל בנקודה C . מצא את משוואת המשיק.
 ג. מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x . המשיק והאנך נחתכים בנקודה D . חשב את שטח המשולש BCD .
 ד. הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה- x . נתון: $ME \parallel CD$. מצא את שיעורי הנקודה E .
 ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME .

3. בסקר ארצי שנערך בקרב תלמידי כיתה י"א וכיתה י"ב, בדקו כמה תלמידים רוצים ללמוד מדעי המחשב. על פי ממצאי הסקר, 40% מן המשתתפים רוצים ללמוד מדעי המחשב, והשאר אינם רוצים. מספר התלמידים מכיתה י"א שהשתתפו בסקר היה גדול פי 3 ממספר התלמידים מכיתה י"ב שהשתתפו בסקר. ידוע כי 60% מתלמידי כיתה י"ב שהשתתפו בסקר רוצים ללמוד מדעי המחשב.
- א. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר.
- (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד כיתה י"א שרוצה ללמוד מדעי המחשב?
- (2) ידוע שנבחר תלמיד מכיתה י"א.
- מהי ההסתברות שהוא רוצה ללמוד מדעי המחשב?
- ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים שהשתתפו בסקר.
- מהי ההסתברות שבדיוק 2 מן התלמידים שנבחרו הם תלמידי כיתה י"א שרוצים ללמוד מדעי המחשב?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. משולש ABC חסום במעגל.

המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.

המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F,

כמתואר בציור.

נתון: $\angle ABE = \angle EBC = \angle AFB$,

$$EF = 16$$

$$AF = 25$$

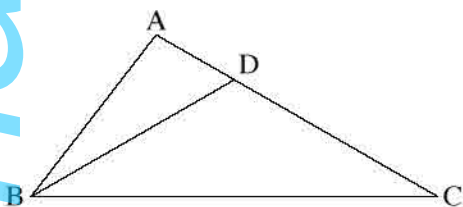
א. (1) הוכח כי $\triangle BAE \sim \triangle FAB$.

(2) מצא את האורך של AB.

(3) מצא את האורך של BF.

ב. הוכח כי $\triangle AEC \sim \triangle BEF$.

ג. מצא את האורך של CF.



5. במשולש ABC נתון: $AB = 5$,

$$AC = 7$$

$$\angle BAC = 100^\circ$$

הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש- $BD = DC$ (ראה ציור).

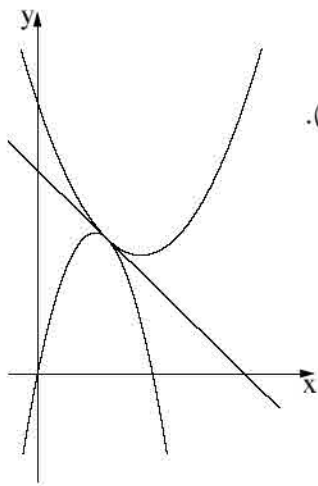
א. חשב את גודל הזווית BCA.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 8}{x^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$. $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו תחום. העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x . מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.



7. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = -3x^2 + 5x$, $g(x) = x^2 - 3x + c$.
 c הוא פרמטר.

ישר משיק לגרפים של שתי הפונקציות בנקודה המשותפת לשניהם (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי נקודת ההשקה של שני הגרפים.

ב. מצא את הערך של c .

ג. מצא את משוואת המשיק המשותף לשני הגרפים.

ד. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה- y .

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה- y .

מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x-3}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)$ נקודה שהמכפלה של שיעור ה- x שלה בשיעור ה- y שלה היא מינימלית, וכתוב את שיעוריה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{4x}{\sqrt{x-3}}$.

היעזר בתשובותיך על סעיף א ועל סעיף ב, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!