

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 4 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

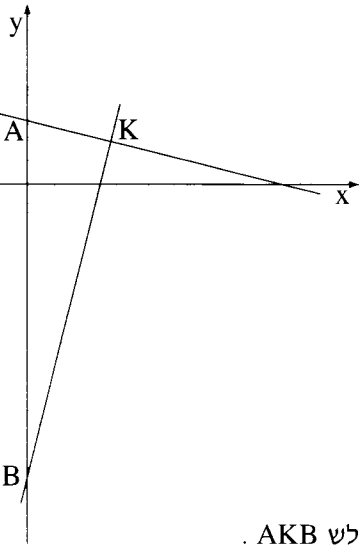
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. ממקום A יצאה מכונית א', וכעבור $\frac{1}{2}$ שעה יצאה מאותו מקום ובאותו כיוון מכונית ב'. המהירות של מכונית ב' גדולה ב- 25% מהמהירות של מכונית א'. כעבור כמה שעות מרגע היציאה של מכונית א' ייפגשו שתי המכוניות? (המהירויות של המכוניות אינן משתנות).



2. דרך נקודה K עוברים שני ישרים

החותכים את ציר ה- y בנקודות A ו- B, כמתואר בציור.

אורך הקטע AB הוא 17.

משוואת הישר BK היא $y = 4x - 14$.

א. מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. נתון גם כי שטח המשולש AKB הוא 34.

מצא את שיעורי הנקודה K.

ג. (1) הראה כי הקטע AB הוא קוטר במעגל

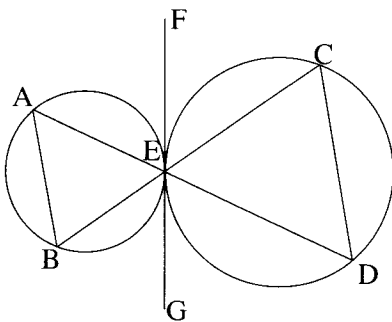
החוסם את המשולש AKB.

(2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AKB.

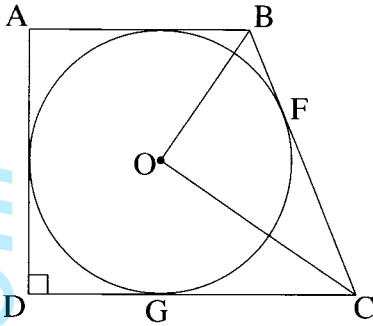
3. מטילים שתי קוביות משחק מאוזנות: קובייה A וקובייה B.
- א. מהי ההסתברות שבקובייה A יתקבל מספר 4 או מספר 6 וגם בקובייה B יתקבל מספר 4 או מספר 6?
- ב. מהי ההסתברות שלפחות באחת מהקוביות יתקבל מספר 4 או מספר 6?
- ג. מטילים שש פעמים את שתי הקוביות A ו-B.
- מהי ההסתברות שבדיוק בשלוש הטלות יתקבל מספר 4 או מספר 6 לפחות באחת מהקוביות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. לשני מעגלים יש משיק משותף FG, המשיק לשניהם בנקודה E. נקודות C ו-D נמצאות על מעגל אחד ונקודות A ו-B נמצאות על המעגל האחר כך שהקטעים AD ו-CB נפגשים בנקודה E (ראה ציור).
- א. הוכח כי $\angle ABE = \angle GED$.
- ב. הוכח כי $\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$.
- ג. נמק מדוע אורך הגובה לצלע CD במשולש BCD שווה לאורך הגובה לצלע CD במשולש ACD.



5. בטרפז ישר-זווית ABCD ($\angle ADC = 90^\circ$)

חסום מעגל שמרכזו O.

הצלע DC משיקה למעגל בנקודה G.

הצלע BC משיקה למעגל בנקודה F.

(ראה ציור).

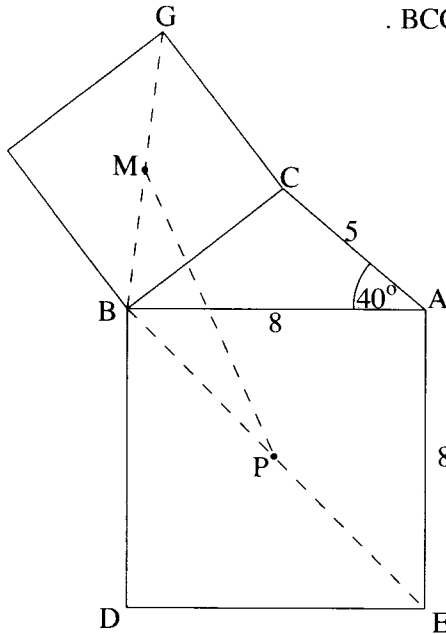
א. (1) נמק מדוע OC חוצה את הזווית BCD.

(2) הוכח כי $\angle BOC = 90^\circ$.

ב. נתון: $\frac{OC}{OB} = 2$, רדיוס המעגל החסום הוא R.

(1) מצא את גודל הזוויות של הטרפז ABCD.

(2) הבע באמצעות R את אורך הקטע OC.



6. על הצלע BC של משולש ABC בנו ריבוע BCGF.

על הצלע AB של המשולש בנו ריבוע ABDE.

אלכסוני הריבוע BCGF נפגשים בנקודה M.

ואלכסוני הריבוע ABDE נפגשים בנקודה P.

(ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 40^\circ$,

$AB = 8$ ס"מ, $AC = 5$ ס"מ.

א. מצא את גודל הזווית CBA.

ב. מצא את גודל הזווית MBP.

ג. מצא את אורכי הצלעות

במשולש BMP.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+5}{x^2-a} + b$. a ו- b הם פרמטרים.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \neq \pm 2$,

ואחת האסימפטוטות של הפונקציה היא $y = 2$.

א. מצא את הערך של a ואת הערך של b . נמק.

הצב $a = 4$ ו- $b = 2$, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

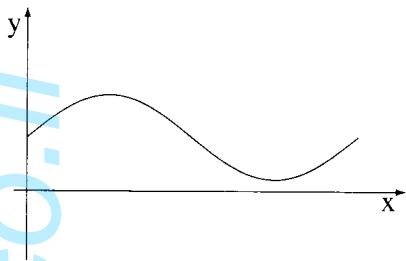
ג. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$.

בלי חקירה נוספת קבע במה שונות נקודות הקיצון של $g(x)$ מנקודות הקיצון של $f(x)$.

נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 + a \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ (ראה ציור).

$$0 < a < 1$$



א. בתחום הנתון מצא את השיעורים של

נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה

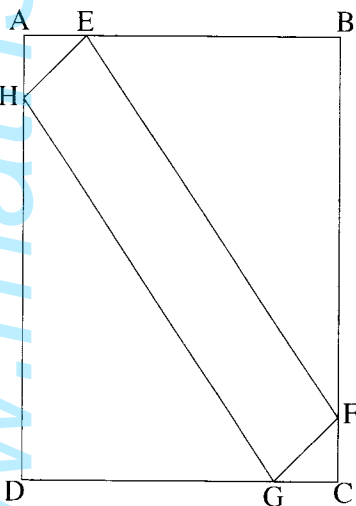
(הבע באמצעות a במידת הצורך),

והוכח כי באחת מהנקודות האלה יש מקסימום ובנקודה האחרת יש מינימום.

ב. בתחום הנתון העבירו אנך לציר ה- x דרך נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה.

השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הצירים שווה ל- $\frac{7\pi}{4}$.

מצא את הערך של a .



9. במלבן ABCD אורך הצלע AD הוא 10 ס"מ,

ואורך הצלע AB הוא a ס"מ.

הנקודות E, F, G, H נמצאות על צלעות

המלבן כך ש- $AE = AH = CF = CG = x$

(ראה ציור).

א. (1) הבע באמצעות a ו- x

את סכום השטחים של

המשולש BEF והמשולש AEH.

(2) הבע באמצעות a את הערך של x שעבורו

שטח המרובע EFGH הוא מקסימלי.

ב. כאשר שטח המרובע EFGH הוא מקסימלי, אורך הקטע DH הוא 6 ס"מ.

מצא את הערך של a .

בהצלחה!