

## מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב  
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך –  $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.  
תזיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

## השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

#### סדרות

- נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא  $a_n = 2n - 3$ , ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל  $b_n = 3a_n + 5$ .
  - מצא את  $b_1$ .
  - הוכח כי הסדרה  $b_n$  היא חשבונית.
  - נתון כי האיבר האחרון בסדרה  $b_n$  הוא 110.
  - מצא את מספר האיברים בסדרה  $b_n$ .
  - נתון כי בסדרה  $a_n$  ובסדרה  $b_n$  יש אותו מספר איברים.
  - מצא את סכום האיברים במקומות האי־זוגיים בסדרה  $a_n$ .

#### טריגונומטריה במרחב

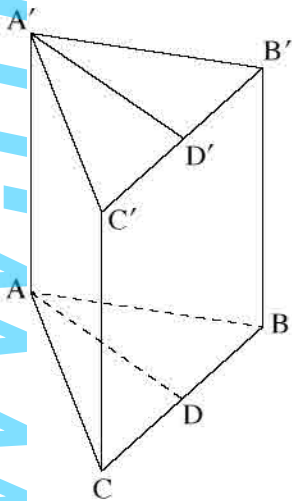
- במנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$  הבסיסים הם משולשים שווי שוקיים ( $AB = AC$ ).
 

$AD$  הוא הגובה לצלע  $BC$ , ו־ $A'D'$  הוא הגובה לצלע  $B'C'$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 70^\circ$ ,  $BC = 14$ ,

נפח המנסרה הוא 1,190.

  - חשב את גובה המנסרה.
  - חשב את הזווית שבין האלכסון  $A'B$  ובין בסיס המנסרה  $ABC$ .
  - חשב את  $\angle AD'A'$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**  
**של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**  
**ופונקציות חזקה**

3. נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 \sin x + \cos(2x) - 1$  המוגדרת לכל  $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן על פי הגרף.

העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודות המקסימום המוחלט שלה

(ראה ציור).

ב. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את השטח המקווקו בציור: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$ .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - c$  המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .  $c$  הוא פרמטר.

עבור אילו ערכים של  $c$  גרף הפונקציה  $g(x)$  יחתוך את ציר ה- $x$  ב-4 נקודות שונות? נמק.

4. נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = e^{2x}$ ,  $g(x) = e^{3-x}$  המוגדרות לכל  $x$ .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  (אם יש כאלה).

ג. (1) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  ועל ידי הישר  $y = 1$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = -1 + 2x + \ln(x^2)$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ ?

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.

ד. (1) חשב את  $f(1)$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + 5$ .

מצא כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ . נמק.

**בהצלחה!**