

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

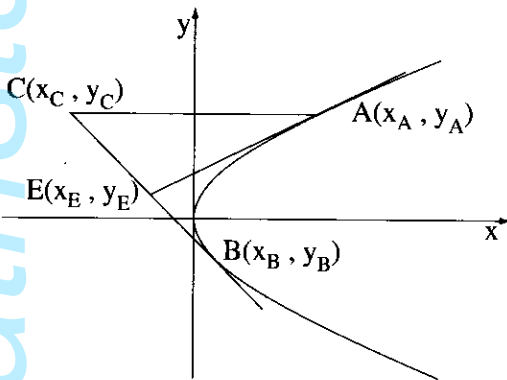
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים. (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה $y^2 = 2x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה A

נפגש בנקודה E עם ישר המשיק

לפרבולה בנקודה B

(A ברביע הראשון ו-B ברביע הרביעי).

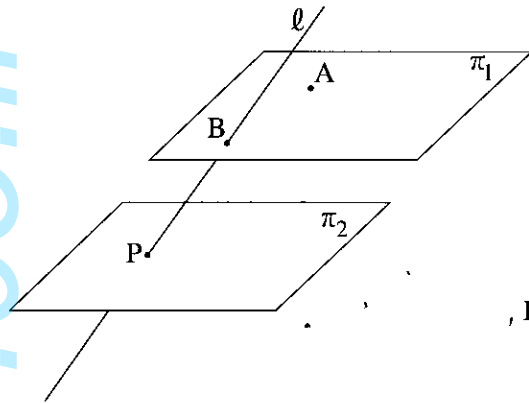
דרך הנקודה A העבירו ישר החותך את

המשך EB בנקודה C כך ש- $CE = EB$,

כמתואר בציור.

א. הראה כי $y_E(y_A - y_B) = x_A - x_B$.

ב. הראה כי CA מקביל לציר ה-x.



2. נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1: 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2: 2x + y + 2z - 10 = 0$$

ונתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא:

$$l: \underline{x} = (0, 10, 0) + t(0, 2, 1)$$

הישר l חותך את המישור π_1 בנקודה B ,

ואת המישור π_2 הוא חותך בנקודה P .

הנקודה $A(-5, 0, z)$ נמצאת במישור π_1 (ראה ציור).

מהנקודות A ו- B העבירו אנכים למישור π_2 , החותכים את המישור

בנקודות D ו- C בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה $PABCD$ (שבסיסה $ABCD$).

3. א. נתון מספר מרוכב z (שהוא לא ממשי) המקיים $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \beta$, $z \neq 0$.

(1) הבע באמצעות β את z . מצא את שני הפתרונות.

(2) האם הביטוי $z^n + \frac{1}{z^n}$ הוא מספר ממשי טהור או מספר מדומה טהור

או מספר המורכב ממספר ממשי וממספר מדומה? נמק.

(n הוא מספר טבעי. z הוא המספר הנתון).

ב. נתון כי מספר מרוכב z נמצא ברביע הראשון מחוץ למעגל היחידה.

סרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה,

ומקם בסרטוט את המספר z , ואת:

(1) $\frac{1}{z}$. נמק.

(2) $\frac{1}{\bar{z}}$. נמק.

(3) $z + \bar{z}$. נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני – גזילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2^{x-3} - b$ המוגדרת לכל x . b הוא פרמטר גדול מ-1.

א. (1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) הבע באמצעות b את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$ המקיימת

(1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הבע באמצעות b את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 3$.

5. נתונה הפונקציה $x > 0$, $f(x) = (\ln x)^2 + x$

(ראה ציור),

ונתון הישר $y = x - 4$.

א. העתק למחברתך את הגרף של $f(x)$

והוסף לו סרטוט של הישר הנתון. נמק.

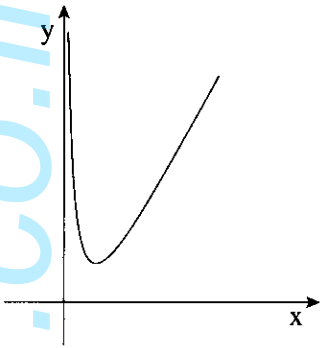
נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$,

ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.

ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB, אם הקטע מקביל לציר ה- y .

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB, אם הקטע מאונך לישר הנתון.

ד. מבין כל הקטעים AB האפשריים, מהו האורך המינימלי של הקטע AB? נמק.



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך