

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת וגזירה לכל x . הגרף שלה חותך את ציר ה- x בראשית הצירים בלבד. נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הן $(1, 1)$ ו- $(-1, -1)$ בלבד. הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ מתאפסת בעבור $x = 1$ ו- $x = -1$ בלבד. ציר ה- x הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $g(x)$ בעבור x שואף לאינסוף ובעבור x שואף למינוס אינסוף.
- א. (1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (2) רשום את תחומי החיוביות והשליליות של $g'(x)$ (פונקציית הנגזרת של $g(x)$).
- נתונה הפונקציה $f(x) = e^{g(x)} - g(x)$.
- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (4) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.
5. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right)$, $a \neq 0$, הוא פרמטר. ענה על סעיפים א-ג בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. הבע באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נתון כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f'(x)$ (נגזרת הפונקציה $f(x)$) המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$. נתון: $a > 0$.
- ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x = \frac{2}{a}$ וציר ה- x , והוכח כי השטח אינו תלוי ב- a .

בהצלחה!