

5. נתונה הפונקציה $f(x) = e^x(x - 5)$, המוגדרת לכל x .
- א. הראה כי $f'(x) = e^x(x - 4)$ וכי $f''(x) = e^x(x - 3)$.
- ב. $f^{(n)}(x)$ היא הנגזרת מסדר n של $f(x)$ (למשל $f^{(3)}(x) = f'''(x)$). נתונה החוקיות: $f^{(n)}(x) = e^x(x - 5 + n)$ בעבור כל n טבעי.
- ג. מצא את $f'''(x)$, והראה כי החוקיות הנתונה מתקיימת בעבורה, ענה על סעיף ג. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות n .
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f^{(n)}(x)$ עם הצירים.
- (2) מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f^{(n)}(x)$.
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f^{(n)}(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- (4) הראה כי הגרפים של הפונקציות $f^{(m)}(x)$ ו- $f^{(k)}(x)$ אינם נחתכים בעבור שני מספרים טבעיים שונים m ו- k .
- (5) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, ו- $f''(x)$, וכתוב איזה מן הגרפים מתאים לכל אחת מן הפונקציות.
- ד. הסתמך על החוקיות הנתונה, ומצא לפונקציה $f(x)$ פונקציה קדומה, $F(x)$, אם נתון כי הגרף של הפונקציה $F(x)$ עובר בראשית הצירים. אמת את תשובתך על ידי גזירה.

בהצלחה!