

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

– $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, כפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון משולש ABC ששטחו $12\frac{1}{2}$.

קדקודי המשולש B ו- C מונחים על הישר $y = x + 1$.

שיעורי הקדקוד A הם (12,3).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש. שיעור ה- y של P הוא $5\frac{1}{2}$.

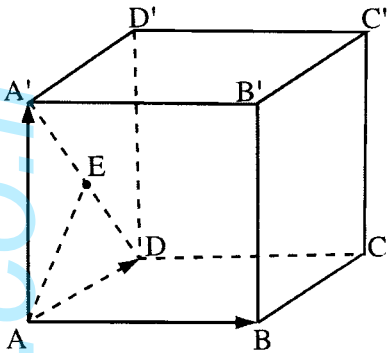
א. מצא את השיעורים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.

ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות (ולא את המשכיהן)

בנקודות D ו- E.

האורך של DE הוא $\sqrt{8}$.

מצא את משוואת הישר DE.



2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{v}| = 1$ $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$

נקודה F מקיימת $\overrightarrow{BF} = t \overrightarrow{BC}$.

t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון $A'D$.

א. הראה כי לא קיים ערך של t

שעבורו $\angle EAF = 30^\circ$.

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$.

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של t שמצאת: בתוך הקטע BC,

באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC? נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה $ABB'A'$, מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEDF תלוי בערך של t? אם כן – הסבר מדוע.

אם לא – חשב את נפח הפירמידה.

3. נתונה סדרה: $i, i^2, i^3, \dots, i^n, \dots$

א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).

ב. (1) הראה כי סכום $4n$ האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.

(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של n מספרים מרוכבים: $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$

איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי n קדקודים של מצולע משוכלל בעל n צלעות החסום במעגל היחידה.

איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי $z_1 = 1$.

(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר z_n (הבע באמצעות n).

(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי n הקדקודים של המצולע המשוכלל.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{3}x$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?ב. M ו- N הן נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$, ששיעורי ה- x שלהן שונים מאפס.שיעור ה- x של M הוא x_0 , ושיעור ה- x של N הוא $-x_0$.הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$,שווה לשיפוע הקטע MN .ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים

(אם יש כאלה).

ד. (1) מצא עבור אילו ערכי x פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא שלילית.(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי שני הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 + a)$, a הוא פרמטר, $a > 0$.

לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות שבהן $y = 3\ln 2$.א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.ב. מצא את הערך של a .ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של $f(x)$, ואת גודל השיפוע המינימלי של $f(x)$.הצב $a = 4$, וענה על סעיף ד.ד. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.**בהצלחה!**