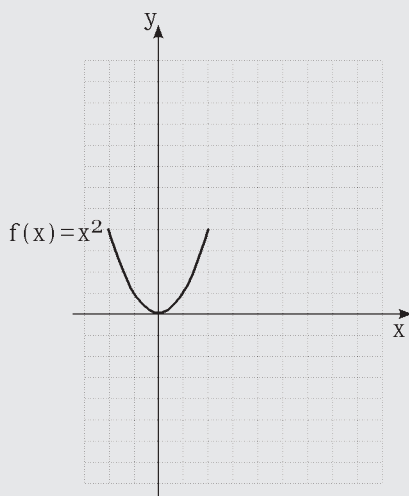


## ייצוג כללי של פונקציה ריבועית באמצעות

$$y=a(x-m)(x-t) \quad \vee \quad y=ax^2+bx+c, \quad y=a(x-p)^2+k$$



במערכת הצירים מוצגת הפרבולה  $f(x)=x^2$ .



באותה מערכת צירים נסרטט בשלבים את הפונקציות הבאות:

שלב א':  $g(x)=(x-5)^2$

שלב ב':  $h(x)=2(x-5)^2$

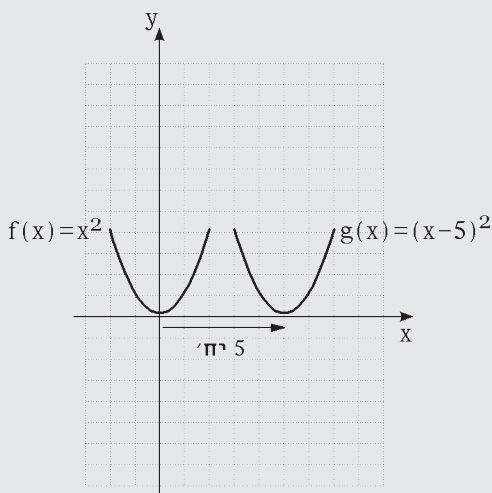
שלב ג':  $t(x)=2(x-5)^2+3$

דיון:

לצורך בניית חלק מהפרבולות נתבסס על הידע והתכונות שנלמדו בעבר, ובמקרים מסוימים נשתמש בטבלה ערכים.

בכל מקרה לפני סרטוט הגרף של כל פונקציה נחזה מראש את התנהגותה, ונאמת אותה על-ידי הסרטוט.

שלב א':



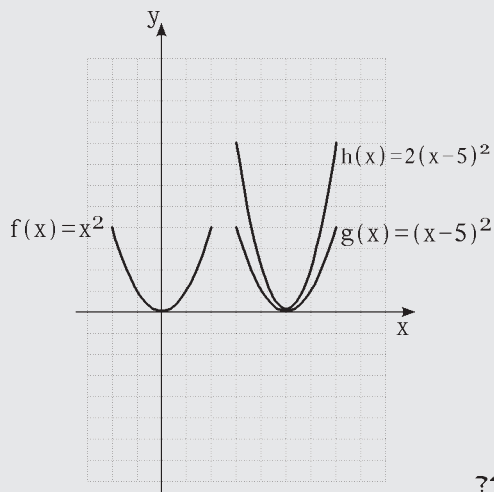
נסרטט את גרף הפונקציה  $g(x)=(x-5)^2$ .

בעבר כבר למדנו, כי גרף זה מתקבל על-ידי הזזת הפרבולה  $y=x^2$  ימינה

ב-5 יחידות. קודקוד הפרבולה הוא  $(5;0)$ .

לצורך הבנייה נראית טבלת הערכים כך:

x	3	4	5	6	7
g(x)	4	1	0	1	4



שלב ב':

נסרטט את גרף הפונקציה  $h(x) = 2(x-5)^2$ .

אנו רואים שההבדל בין הפונקציה  $h(x)$

לבין הפונקציה  $g(x)$  הוא במקדם 2.

האם במקרה זה משפיע המקדם באותו

אופן כמו במקרה שלמדנו בפרק הקודם?

כלומר:

האם גם כאן גורמת הגדלת המקדם להגדלת

"מידת המתיחה" של הפרבולה? או אחרת:

האם הפרבולה  $h(x)$  תהיה צרה יותר

מאשר הפרבולה  $g(x)$ , אך בעלת אותו קודקוד?

ניתן לשער שאכן כך הדבר, אך כדי לוודא זאת נשתמש בטבלת הערכים הבאה:

x	3	4	5	6	7
h(x)	8	2	0	2	8

אנו רואים שלאחר הסרטוט אכן התקבלה פרבולה, שקודקודה ב-  $(5;0)$  והיא צרה יותר

מהפרבולה  $g(x)$ .

שלב ג':

נסרטט את גרף הפונקציה  $t(x) = 2(x-5)^2 + 3$ .

אנו רואים שההבדל בין הפונקציה  $t(x)$

לבין הפונקציה  $h(x)$  הוא בתוספת של

המספר 3.

האם גם במקרה הזה - כמו במקרים

שלמדנו בפרקים הקודמים - תקבל

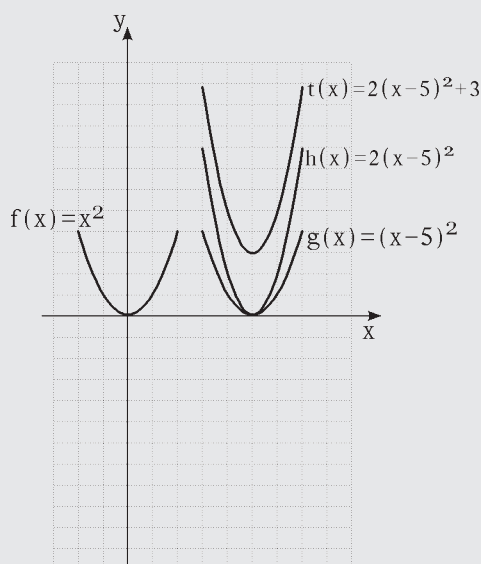
הפרבולה  $t(x)$  על-ידי הזזת הפרבולה

$h(x)$  ב-3 יחידות כלפי מעלה?

ניתן לשער שאכן כך הדבר, וכדי לוודא

זאת ניעזר בטבלת הערכים הבאה על מנת

לסרטט את גרף הפונקציה:



x	3	4	5	6	7
t(x)	11	5	3	5	11

אנו רואים שהפרבולה  $t(x)=2(x-5)^2+3$  אכן התקבלה על-ידי הזזת הפרבולה  $h(x)=2(x-5)^2$  ב-3 יחידות כלפי מעלה. לכן "מידת המתיחה" של שתי הפרבולות זהה,

קודקוד הפרבולה  $h(x)$  הוא  $(5;0)$ , ואילו קודקוד הפרבולה  $t(x)$  הוא  $(5;3)$ .

נשים לב למבנה של הביטוי, המייצג את הפונקציה  $t(x)=2(x-5)^2+3$ . נפרט את ההשפעה של כל אחד מהמספרים על גרף הפונקציה.

5 : גרם להזזת הפרבולה  $y=x^2$  ימינה ב-5 יחידות לאורך ציר ה- $x$ ,  $\cup \rightarrow \cup$ , וכך התקבל גרף הפונקציה  $y=(x-5)^2$ .

2 : גרם להגדלת מידת המתיחה של הפרבולה, ועשה את הפרבולה  $y=(x-5)^2$  לצרה יותר, וכך התקבל גרף הפונקציה  $y=2(x-5)^2$ .

3 : גרם להזזת הפרבולה  $y=2(x-5)^2$  כלפי מעלה ב-3 יחידות, וכך התקבל גרף הפונקציה  $y=2(x-5)^2+3$ .

בנוסף  $(5;3)$  הם שיעורי קודקוד הפונקציה  $y=2(x-5)^2+3$ .

נוכל לסכם משימה זו כך:

ניתן להציג כל פונקציה ריבועית על-ידי הביטוי  $y=a(x-p)^2+k$ , כאשר הגרף שלה מתקבל על-ידי הזזת הפרבולה  $y=x^2$  באופן הבא:

- $p$  : קובע את הזזת הפרבולה:
  - ✓ ימינה ב- $p$  יחידות, אם  $p$  חיובי.
  - ✓ שמאלה ב- $|p|$  יחידות, אם  $p$  שלילי.
- $a$  : קובע את "מידת המתיחה":
  - ✓ ככל ש- $|a|$  גדול יותר, "מידת המתיחה" גדולה יותר.
  - ✓ אם  $a > 0$ , הפרבולה ישרה:  $\cup$
  - ✓ אם  $a < 0$ , הפרבולה הפוכה:  $\wedge$
- $k$  : קובע את הזזת הפרבולה:
  - ✓ למעלה ב- $k$  יחידות, אם  $k$  חיובי.
  - ✓ למטה ב- $|k|$  יחידות, אם  $k$  שלילי.
- שיעורי קודקוד הפרבולה הם  $(p;k)$ .

האם ניתן להציג את הפונקציה  $t(x)=2(x-5)^2+3$  בצורה שונה?



דיון:

כדי לענות על שאלה זו נפתח את אגף ימין של השוויון:

$$t(x)=2(x-5)^2+3$$

↓

$$t(x)=2(x^2-10x+25)+3$$

↓

$$t(x)=2x^2-20x+50+3$$

↓

$$t(x)=2x^2-20x+53$$

כלומר: ניתן להציג את הפונקציה הריבועית  $t(x)=2(x-5)^2+3$  גם כ-  $y=2x^2-20x+53$ . שני הייצוגים אכן שונים זה מזה, אולם בשניהם ניתן לראות את מקדם המתיחה  $a=2$ . נמחיש זאת באופן כללי:

נפתח את הייצוג הכללי של הפרבולה:  $y=a(x-p)^2+k$

↓

$$y=a(x^2-2px+p^2)+k$$

↓

$$y=ax^2-2apx+ap^2+k$$

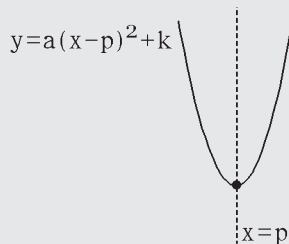
שימו לב! בשונה מהמשתנה  $x$ , האותיות  $a, p, k$  הם מספרים.

לכן אם נסמן:  $-2ap=b$ ,  $ap^2+k=c$ , ניתן לרשום את הפיתוח באופן כללי כך:

$$y=ax^2+bx+c$$

מכאן ניתן לקבוע, כי ניתן להציג כל פונקציה ריבועית, גם כך:

$y=ax^2+bx+c$ , כאשר  $a, b, c$  הם מספרים ו- $a \neq 0$ .



בייצוג  $y=a(x-p)^2+k$  ניתן לקבל מידע רב - למשל, שיעורי קודקוד הפרבולה, ובייחוד שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה, שהוא  $x=p$ , והוא בעצם גם ציר הסימטריה של הפרבולה. שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה הוא  $y=k$ . האם כך הדבר גם בייצוג  $y=ax^2+bx+c$ ?



דיון:

כאשר עברנו מהייצוג  $y=a(x-p)^2+k$  לייצוג  $y=ax^2+bx+c$ ,

השתמשנו בשני סימונים. אחד מהם הוא:  $-2ap=b$ .

אם נבודד את  $p$ , נקבל:  $p = -\frac{b}{2a}$

אך למדנו כי  $x=p$  הוא שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה. לכן ניתן לקבוע, כי בייצוג  $y=ax^2+bx+c$  של הפונקציה הריבועית נקבע שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה לפי הנוסחה:

$$x_{\text{קודקוד}} = -\frac{b}{2a}$$

נבדוק את נכונות הנוסחה במקרה הפרטי של הפונקציה  $t(x)=2(x-5)^2+3$ , שבה דנו בעבר.

לפי הייצוג  $t(x)=2(x-5)^2+3$  שיעורי קודקוד הפרבולה הם:  $(5;3)$ .

כבר ציינו כי ניתן להציג פונקציה זו גם כך:  $t(x)=2x^2-20x+53$ .

נקבע כל אחד מהמקדמים  $a, b, c$ .

$$\left. \begin{array}{l} t(x)=2x^2-20x+53 \\ y=ax^2+bx+c \end{array} \right\} \Rightarrow a=2, b=-20, c=53$$

כדי למצוא את שיעור ה- $x$  של הקודקוד נשתמש בנוסחה:  $x_{\text{קוד}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{2 \cdot 2} = 5$ .

אנו רואים, כי אכן התקבל ששיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה הוא  $x=5$ .

למציאת שיעור ה- $y$  של הקודקוד ניתן להציב ערך זה בביטוי המייצג את הפונקציה:

$$x=5 \Rightarrow y=2 \cdot 5^2 - 20 \cdot 5 + 53 = 50 - 100 + 53 = 3$$

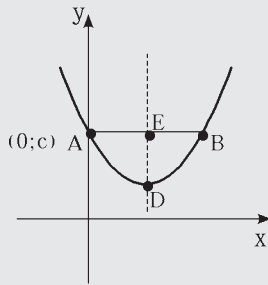
כלומר: קודקוד הפרבולה הוא  $(5; 3)$ .

נוכל לחזק את הטענה כי  $x_{\text{קוד}} = -\frac{b}{2a}$  כאשר הפרבולה מוצגת על-ידי  $y = ax^2 + bx + c$

באמצעות ההוכחה הבאה:

נתבונן בפונקציה  $y = ax^2 + bx + c$ ,

שהגרף שלה מתואר במערכת הצירים.



זאת פרבולה, החותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $A(0;c)$

(כאשר מציבים  $x=0$  בנוסחת הפרבולה, מקבלים  $y=c$ )

לנקודה  $B$ , שהיא הסימטרית לנקודה  $A$  ביחס לציר

הסימטריה, יש אותו שיעור  $y$ , כלומר  $B(?;c)$ .

כדי למצוא את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $B$ ,

נציב  $y=c$  בנוסחת הפרבולה.

$$ax^2 + bx + c = c$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ x=0 \quad ax+b=0 \\ \quad \quad \quad ax=-b \\ \quad \quad \quad x=-\frac{b}{a} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Downarrow \quad \quad \quad \Downarrow \\ \boxed{A(0;c)} \quad \boxed{B\left(-\frac{b}{a}; c\right)} \end{array}$$

נחשב את שיעורי ה- $x$  של הנקודה  $E$ , שהיא אמצע הקטע  $AB$ ,

ולכן גם נמצאת על ציר הסימטריה של הפרבולה.

$$x_D = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + \left(-\frac{b}{a}\right)}{2} = \frac{-b}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

מאחר ששיעור ה- $x$  של הנקודה  $E$  זהה לשיעור ה- $x$  של הנקודה  $D$ , שהיא קודקוד הפרבולה, הרי שבדרך זו מצאנו את הנוסחה למציאת שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה.



האם ניתן לקבל מהייצוג  $y=ax^2+bx+c$  מידע נוסף, מעבר לקודקוד הפרבולה?

דיון:

כפי שציינו, בייצוג  $y=ax^2+bx+c$  ובייצוג  $y=a(x-p)^2+k$  המקדם  $a$  זהה. כידוע, קובע המקדם  $a$  את "מידת המתיחה". על-סמך זה ניתן לקבוע כי בייצוג  $y=ax^2+bx+c$

•  $a$  : קובע את "מידת המתיחה".

✓ ככל ש-  $|a|$  גדול יותר, "מידת המתיחה" גדולה יותר.

✓ אם  $a > 0$ , הפרבולה ישרה:  $\cup$

✓ אם  $a < 0$ , הפרבולה הפוכה:  $\cap$



האם ניתן להציג את הפונקציה הריבועית, המוצגת כ-  $y=ax^2+bx+c$ , גם בצורה

$$y=a(x-p)^2+k$$

דיון:

במשימה הקודמת הצגנו את הפונקציה  $y=2(x-5)^2+3$  בצורת  $y=2x^2-20x+53$ . הפעם אנו מתבקשים לבצע פעולה הפוכה. למשל:

נתבונן בפונקציה  $y=2x^2+16x+31$  וננסה להציגה בצורת  $y=a(x-p)^2+k$ .

דרך א'

נקבע את המקדמים של הפונקציה  $y=2x^2+16x+31$

$$a = 2, \quad b = 16, \quad c = 31$$

✓ ידוע שמקדם המתיחה הוא  $a=2$ , שכן הוא זהה בשני הייצוגים.

לכן תיראה הפונקציה כך:  $y=2(x-p)^2+k$ .

✓ נחשב את שיעורי קודקוד הפרבולה בייצוג  $y=2x^2+16x+31$ .

תחילה נחשב את  $x$  קוד לפי הנוסחה.

$$x_{\text{קוד}} = -\frac{b}{2a}$$

⇓

$$x_{\text{קוד}} = -\frac{16}{2 \cdot 2} = -4$$

- 27 -

כעת נחשב את שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה.

$$x_{\text{קוד}} = -4 \Rightarrow y_{\text{קוד}} = 2 \cdot (-4)^2 + 16 \cdot (-4) + 31 = -1$$

קודקוד הפרבולה הוא  $(-4; -1)$ .

אנו יודעים כי שיעורי קודקוד הפרבולה בייצוג  $y = a(x-p)^2 + k$  הם  $(p; k)$ .

$$\text{לכן: } k = -1, p = -4$$

ייצוג הפרבולה יהיה אם כך:

$$y = 2(x+4)^2 - 1$$

לצורך בדיקה ניתן לפשט את הביטוי הזה ולוודא שאכן מתקבל הייצוג המקורי. לחלופין ניתן לבנות את הגרפים של הפונקציות שבשני הייצוגים, ולהיווכח שאכן מדובר באותה פרבולה.

לסיכום:

ניתן להציג את אותה פונקציה בשני האופנים הבאים:

$$y = 2x^2 + 16x + 31 \iff y = 2(x+4)^2 - 1$$

לפעולה זו קוראים מעבר בין הייצוגים השונים של אותה הפונקציה.

דרך ב'

דרך זו מבוססת על המרכיב העיקרי בייצוג  $y = a(x-p)^2 + k$ , והוא  $a(x-p)^2$ .

מרכיב זה מראה לנו שיש לעסוק בנוסחת הכפל המקוצר, ולכן בייצוג  $y = 2x^2 + 16x + 31$

"נפריד" את נוסחת הכפל המקוצר.

לפעולה זו קוראים גם "השלמה לריבוע".

הרעיון העיקרי בפעולה זו הוא חיזוי הדרך, שבה ניתן להשלים את הביטוי, כדי שנוכל

להציג חלק ממנו באמצעות נוסחת הכפל המקוצר.



במקרה זה נבצע את פעולת ה"השלמה לריבוע" באופן הבא:

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 + 16x + 31 \\
 &\Downarrow \\
 y &= 2x^2 + 16x + \underbrace{32 - 32} + 31 \\
 &\quad \text{מוסיפים} \\
 &\quad \text{ומורידים את} \\
 &\quad \text{אותו מספר} \\
 &\Downarrow \\
 y &= \underbrace{2x^2 + 16x + 32} - 32 + 31 \\
 &\Downarrow \\
 y &= 2(x^2 + 8x + 16) - 32 + 31 \\
 &\Downarrow \\
 \boxed{y} &= \boxed{2(x+4)^2 - 1}
 \end{aligned}$$

אנו רואים שהתקבל אותו ייצוג כמו בדרך א'.

נתונה הפונקציה  $y=3(x-1)(x+2)$ . מה ניתן לומר על פונקציה זו?



דיון:

במבט ראשון נראה כי הפונקציה אינה מוכרת, אך אם נפשט אותה, נקבל פונקציה שמוכרת לנו.

$$\begin{aligned}
 y &= 3(x-1)(x+2) \\
 &\Downarrow \\
 y &= 3(x^2 + 2x - x - 2) \\
 &\Downarrow \\
 y &= 3(x^2 + x - 2) \\
 &\Downarrow \\
 y &= 3x^2 + 3x - 6
 \end{aligned}$$

אנו רואים שהתקבלה פונקציה ריבועית, שאותה אנו מכירים ואף יודעים לחקור אותה.  $\checkmark$  לייצוג  $y=3(x-1)(x+2)$  יש יתרונות משלו, ואחד מהם הוא במציאת נקודות האפס.

בשלב זה קשה למצוא בפונקציה  $y=3x^2+3x-6$  את נקודות האפס, כלומר למצוא את הפתרונות של המשוואה מהסוג  $3x^2+3x-6=0$  (ועל כך נלמד בפרק הבא). לעומת זאת קל למצוא את נקודות האפס של הפונקציה  $y=3(x-1)(x+2)$ . כדי לפתור את המשוואה  $3(x-1)(x+2)=0$ , אנו מסתמכים על כך שמכפלת מספרים שווה ל-0, אם לפחות אחד מהגורמים שווה ל-0.

- 29 -

$$3(x-1)(x+2)=0 \quad \text{ולכן } 3 \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$(x-1)(x+2)=0$$

$$x-1=0 \quad x+2=0$$

$$x=1 \quad x=-2$$

כלומר נקודות האפס הן:  $(-2;0)$  ו-  $(1;0)$ .

באופן כללי מקובל לרשום ייצוג של פונקציה ריבועית זו כך:  $y=a(x-m)(x-t)$  כאשר  $a, m, t$  הם מספרים ( $a$  הוא מקדם המתיחה של הפרבולה).



כיצד נוכל לעבור מהייצוג  $y=ax^2+bx+c$  לייצוג  $y=a(x-m)(x-t)$  של הפונקציה

הריבועית?

דיון:

$$\text{נתבונן בפונקציה } y=3x^2+21x+36.$$

תחילה ניתן להפריד את המקדם  $a=3$  מתוך הפונקציה על-ידי הוצאת גורם משותף.

$$y=3(x^2+7x+12)$$

אנו רואים שבתוך הסוגריים התקבל טרינום ריבועי. נפרק לגורמים את הטרינום

הריבועי  $x^2+7x+12$  באופן הבא:

נמצא זוג מספרים, שסכומם 7 ומכפלתם 12. המספרים הם 3 ו-4.

לכן:

$$x^2+7x+12 = x^2+3x+4x+12 = x(x+3)+4(x+3) = (x+4)(x+3)$$

מכאן:

$$y=3x^2+21x+36 = 3(x+3)(x+4)$$

שוב ביצענו מעבר בין הייצוגים.

$$\boxed{y=3x^2+21x+36} \iff \boxed{y=3(x+3)(x+4)}$$

מה תרם לנו פירוק לגורמים זה?

כפי שציינו, כדי למצוא את נקודות האפס של הפונקציה  $y=3x^2+21x+36$  נוכל להיעזר

בייצוג  $y=3(x+3)(x+4)$ , וניתן אף לומר בעל-פה כי נקודות האפס הן:  $(-4;0)$  ו-  $(-3;0)$ .

לסיכום:

בייצוג  $y=a(x-m)(x-t)$  של הפונקציה הריבועית:

$a$  - מקדם המתיחה של הפרבולה.

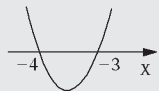
$(t;0)$  ,  $(m;0)$  - נקודות האפס של הפרבולה.

ננסה כעת לסרטט סקיצה של הפונקציה  $y=3(x+3)(x+4)$ .

ידוע כי:

✓ הפרבולה ישרה, מכיוון ש-  $a=3$ , חיובי.

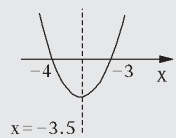
✓ נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $x$  הן  $(-4;0)$  ו-  $(-3;0)$ .



ניתן, אם-כך, לסרטט סקיצה של הפרבולה, והיא תיראה כך:

שימו לב! לנוחיותנו לא סימנו את ציר ה- $y$  בסרטוט.

ידוע כי הפרבולה סימטרית, ולכן ציר הסימטריה חותך את ציר ה- $x$  באמצע הקטע,



המחבר בין  $-3$  ל-  $-4$ , ונוסחתו היא:

$$x = \frac{(-3)+(-4)}{2} = -3.5$$

מכאן שגם שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה הוא  $x_{\text{קוד}} = -3.5$ .

נמצא את שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה על-ידי הצבת  $x_{\text{קוד}}$  בנוסחה.

$$x_{\text{קוד}} = -3.5 \Rightarrow y = 3 \cdot (-3.5+3) \cdot (-3.5+4) = 3 \cdot (-0.5) \cdot 0.5 = -0.75$$

כלומר: קודקוד הפרבולה הוא  $(-3.5; -0.75)$ .

מכאן ניתן להסיק:

מהייצוג של הפרבולה על-ידי הנוסחה  $y=a(x-m)(x-t)$  אפשר לקבוע גם את הנוסחה

$$\text{של ציר הסימטריה: } x = \frac{m+t}{2}$$

והוא גם שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה:  $x_{\text{קוד}} = \frac{m+t}{2}$

## סיכום

- ניתן לייצג את אותה פונקציה ריבועית בכמה אופנים, למשל:

$$y=a(x-p)^2+k \quad \checkmark$$

$$y=ax^2+bx+c \quad \checkmark$$

$$y=a(x-m)(x-t) \quad \checkmark$$

לכל אחד מהייצוגים הללו יש יתרונות משלו בלימוד הפונקציה הריבועית.

המעבר מייצוג אחד לאחר נקרא "מעבר בין ייצוגים".

- בייצוג  $y=a(x-p)^2+k$ :

$a$  : קובע את "מידת המתיחה".

ככל ש-  $|a|$  גדול יותר, הפרבולה "צרה" יותר.

$\checkmark$  אם  $a > 0$ , הפרבולה ישרה ("צוחקת"), צורתה  $\cup$ ,

וקודקודה  $(p:k)$  הוא מינימום.

$\checkmark$  אם  $a < 0$ , הפרבולה הפוכה ("בוכה"), צורתה  $\wedge$ ,

וקודקודה  $(p:k)$  הוא מקסימום.

- בייצוג  $y=ax^2+bx+c$ :

$\checkmark$   $a$  : קובע את "מידת המתיחה". ככל ש-  $|a|$  גדול יותר, הפרבולה "צרה" יותר.

$\checkmark$  אם  $a > 0$ , הפרבולה ישרה  $\cup$ .

$\checkmark$  אם  $a < 0$ , הפרבולה הפוכה  $\wedge$ .

$\checkmark$  כדי למצוא את שיעור  $x$  של קודקוד הפרבולה, משתמשים בנוסחה

$$x_{\text{קוד}} = -\frac{b}{2a}. \quad \text{כדי למצוא את שיעור ה-} y \text{ של קודקוד הפרבולה, מציבים את}$$

קוד  $x$  בנוסחת הפרבולה.

א. כאשר הפרבולה ישרה, קודקודה הוא נקודת מינימום (min).  $\cup$

## סיכום - המשך

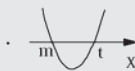
ב. כאשר הפרבולה הפוכה, קודקודה הוא נקודת מקסימום (max).

• בייצוג  $y=a(x-m)(x-t)$ :

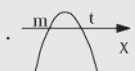
✓ a: קובע את "מידת המתיחה" של הפרבולה.

✓  $t$  ו-  $m$ : קובעים את נקודות האפס:  $(m;0)$  ו-  $(t;0)$ .

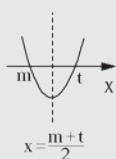
✓ אם  $a > 0$ , הפרבולה ישרה



✓ אם  $a < 0$ , הפרבולה הפוכה

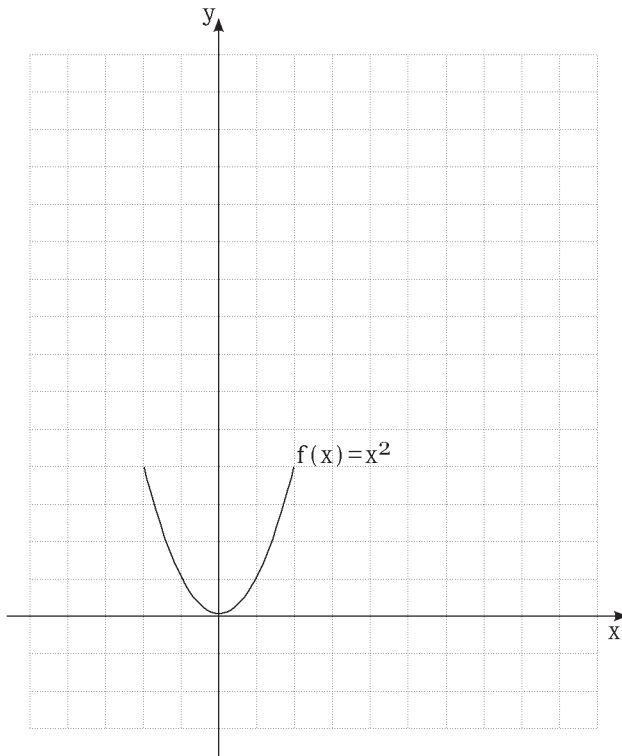


✓ ציר הסימטריה של הפרבולה הוא  $x = \frac{m+t}{2}$ .



✓ שיעור ה-  $x$  של קודקוד הפרבולה הוא  $x = \frac{m+t}{2}$ .

## תרגילים



9. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ . העתיקו את הסרטוט למחברתכם ובצעו את המשימות הבאות:

א. סרטטו במערכת צירים זו את גרף הפונקציה  $g(x) = (x-6)^2$ . היעזרו בטבלה הבאה:

x	4	5	6	7	8
y					

I. מה תוכלו לומר על מקומו של גרף הפונקציה  $g(x)$  ביחס לגרף של הפונקציה  $f(x) = x^2$ ?

II. מהם שיעורי קודקוד הפרבולה  $g(x)$ ?

ב. סרטטו באותה מערכת צירים את גרף הפונקציה  $h(x) = 2(x-6)^2$ . היעזרו בטבלה הבאה:

x	4	5	6	7	8
y					

I. מה תוכלו לומר על קודקוד הפרבולה  $h(x)$  ועל קודקוד הפרבולה  $g(x)$ ?

II. מה תוכלו לומר על מידת המתיחה של הפרבולה  $h(x)$  ביחס לפרבולה  $g(x)$  (הדרכה: השתמשו במונחים: "מידת המתיחה קטנה יותר / גדולה יותר").

- 34 -

ג. סרטטו באותה מערכת צירים את גרף הפונקציה  $t(x) = 2(x-6)^2 + 5$ . היעזרו בטבלה הבאה:

x	4	5	6	7	8
y					

I. מה תוכלו לומר על מקומו של גרף הפונקציה  $t(x)$  ביחס לגרף של הפונקציה  $h(x) = 2(x-6)^2$ ?

II. מה תוכלו לומר על שיעורי קודקוד הפרבולה  $t(x)$  ביחס לקודקודי הפרבולות  $h(x) - 1$  ו- $g(x)$ ?

III. מהו ציר הסימטריה של שלוש הפרבולות  $g(x)$ ,  $h(x) - 1$  ו- $t(x)$ ?

ד. הסתמכו על הסעיפים הקודמים, והעתיקו למחברתכם את הטענות הנכונות. בנוסחה  $t(x) = 2(x-6)^2 + 5$ :

I. המספר 6 קובע את תזוזת הפרבולה:

(1) ב-6 יחידות שמאלה

(2) ב-6 יחידות ימינה.

II. המספר 2 קובע את:

(1) מידת המתיחה של הפרבולה

(2) תזוזת הפרבולה ב-2 יחידות כלפי מעלה.

III. המספר 5 קובע את תזוזת הפרבולה ב-5 יחידות:

(1) למעלה (2) ימינה (3) למטה (4) שמאלה.

ה. בנוסחת הפונקציה הריבועית  $y = a(x-p)^2 + k$  נקראים  $a$ ,  $p$ ,  $k$  פרמטרים, והם למעשה האותיות שהתייחסנו אליהן כאל מספרים. פרמטרים אלו משפיעים על סרטוט הפרבולה.

העתיקו את המשפטים למחברתכם, והשלימו אותם תוך הסתמכות על הסעיף הקודם.

I. הפרמטר, שמשפיע על תזוזת הפרבולה ימינה או שמאלה, הוא: \_\_\_\_\_

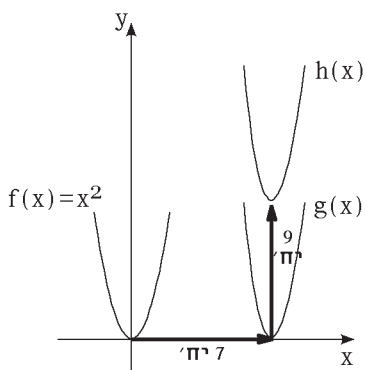
II. הפרמטר, שמשפיע על מידת המתיחה של הפרבולה, הוא: \_\_\_\_\_

III. הפרמטר, שמשפיע על תזוזת הפרבולה כלפי מעלה או מטה, הוא: \_\_\_\_\_

IV. שיעורי קודקוד הפרבולה הם: (\_\_\_\_; \_\_\_\_).

תשובות: בעמ' 52

- 35 -



10. נתון הסרטוט של גרף הפונקציה  $f(x) = x^2$ .

השתמשו בנוסחת הפרבולה  $y = a(x-p)^2 + k$ ,

וענו על השאלות הבאות.

א. שלב ראשון: הִזִּיזו את גרף הפונקציה

$f(x) = x^2$  ב-7 יחידות ימינה והגדילו

את מידת המתיחה, כך ש-  $a=3$ ,

והתקבל גרף הפונקציה  $g(x)$ .

איזו מבין שלוש הנוסחאות מתאימה לגרף הפונקציה?

$$g(x) = 7(x+3)^2 \quad (1)$$

$$g(x) = 3(x+7)^2 \quad (2)$$

$$g(x) = 3(x-7)^2 \quad (3)$$

ב. שלב שני:

הִזִּיזו את גרף הפונקציה  $g(x)$  ב-9 יחידות כלפי מעלה,

והתקבל גרף הפונקציה  $h(x)$ .

איזו מבין ארבע הנוסחאות מתאימה לגרף הפונקציה?

$$h(x) = 3(x+7)^2 - 5 \quad (1)$$

$$h(x) = 7(x-3)^2 + 9 \quad (2)$$

$$h(x) = 3(x-7)^2 + 9 \quad (3)$$

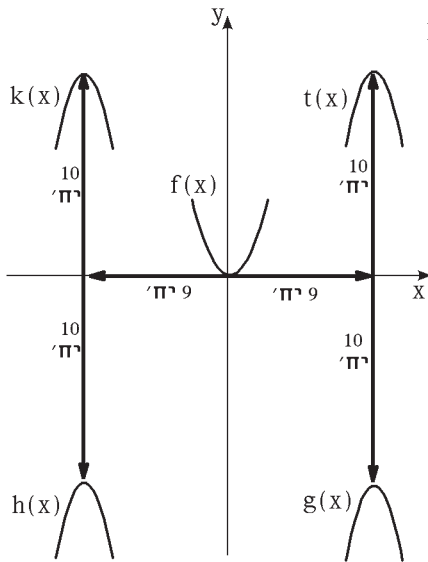
$$h(x) = 9(x-3)^2 + 7 \quad (4)$$

ג. מהם שיעורי קודקוד הפרבולה  $h(x)$ ?

תשובות: בעמ' 52



- 36 -



11. כל אחת מהפרבולות  $h(x)$ ,  $k(x)$ ,  $g(x)$ ,  $t(x)$

התקבלו על-ידי הזזה ומתיחה של הפרבולה  $y=x^2$ . מקדם המתיחה של כל אחת מהפרבולות הללו הוא  $a=-2$ , כלומר מדובר בפרבולות הפוכות ("בוכות").

א. לפניכם ארבע משוואות של הגרפים שבסרטוט.

התאימו לכל משוואה את הגרף שלה.

I. למשוואה  $y=-2(x+9)^2-10$

II. למשוואה  $y=-2(x-9)^2+10$

III. למשוואה  $y=-2(x+9)^2+10$

IV. למשוואה  $y=-2(x-9)^2-10$

ב. מהם שיעורי הקודקודים של הפרבולות:

(1)  $g(x)$       (2)  $h(x)$       (3)  $t(x)$       (4)  $k(x)$

תשובות: בעמ' 52

12. באמצעות הזזות ומתיחות של הפרבולה  $y=x^2$  התקבלו פרבולות שונות.

לפניכם התיאור המילולי של הפעולות שבוצעו לקבלת כל אחת מהפרבולות.

השתמשו בנוסחה  $y=a(x-p)^2+k$  וענו על השאלות הבאות:

א. הפרבולה הוזזה ימינה ב-12 יחידות, לאחר-מכן שינו את מידת המתיחה של הפרבולה שהתקבלה בהתאם למקדם  $a=5$ , ולבסוף הוזזה הפרבולה ב-7 יחידות כלפי מטה.

I. מהי הנוסחה של הפרבולה שהתקבלה?

II. האם הפרבולה ישרה או הפוכה? הסבירו.

III. מהם שיעורי קודקוד הפרבולה?

IV. האם קודקוד הפרבולה הוא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?

- 37 -

ב. הפרבולה הוזזה שמאלה ב-3 יחידות, לפרבולה שהתקבלה שינו את מידת המתיחה בהתאם למקדם  $a = -\frac{1}{2}$ , ולבסוף הוזזה הפרבולה שהתקבלה ב-5 יחידות כלפי מעלה.

I. מהי הנוסחה של הפרבולה שהתקבלה?

II. האם הפרבולה ישרה או הפוכה? הסבירו.

III. מהם שיעורי קודקוד הפרבולה?

IV. האם קודקוד הפרבולה הוא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?

**תשובות:** בעמ' 53

13. לפניכם כמה פונקציות ריבועיות. ללא בניית הפרבולות המתאימות קבעו:

I. האם הפרבולה ישרה או הפוכה?

II. מהם שיעורי קודקוד הפרבולה?

III. האם קודקוד הפרבולה הוא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?

א.  $y = -0.4(x+1)^2 - 3$

ב.  $y = 5(x-4)^2 + 2$

ג.  $y = 5.3(x-2)^2 + 2.5$

ד.  $y = -2.4(x+3)^2 - 4$

ה.  $y = \frac{1}{3}(x+2.4)^2 - 1.1$

ו.  $y = -\frac{1}{4}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}$

**תשובות:** בעמ' 53

- 38 -

14. פרבולה מתקבלת על-ידי ביצוע שלושה שלבים:

בשלב הראשון - על-ידי הזזה אופקית (לאורך ציר ה-x) של גרף הפונקציה  $y=x^2$ .  
 בשלב השני - על-ידי מתיחת הפרבולה המתקבלת בהתאם למקדם a הנתון.  
 בשלב השלישי - על-ידי הזזה אנכית של הפרבולה המתקבלת.

מהי נוסחת הפרבולה, אם ידועים שיעורי קודקוד הפרבולה ומקדם המתיחה.

א. קודקוד (2;9), מקדם המתיחה  $a=4$ .

ב. קודקוד (2;6), מקדם המתיחה  $a=10$ .

ג. קודקוד (4;-3), מקדם המתיחה  $a=-2$ .

ד. קודקוד (-5;-2), מקדם המתיחה  $a=3$ .

ה. קודקוד (-9;2), מקדם המתיחה  $a=-\frac{1}{2}$ .

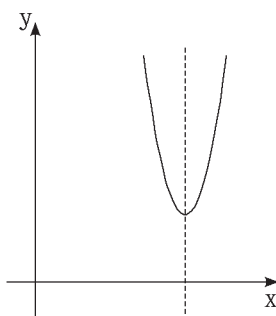
ו. קודקוד (-4;-7), מקדם המתיחה  $a=-1.7$ .

ז. קודקוד (1;-0.5), מקדם המתיחה  $a=\frac{1}{3}$ .

ח. קודקוד (-1.4;2.7), מקדם המתיחה  $a=0.02$ .

תשובות: בעמ' 53

15. א. לפניכם סרטוט של הפונקציה שמשוואתה  $y=3(x-4)^2+2$ .



I. תארו במילים כיצד מתקבלת הפרבולה

$$y = 3(x-4)^2 + 2 \text{ מהפרבולה } y = x^2.$$

II. מהו קודקוד הפרבולה? ומה סוגו?

III. האם הפרבולה סימטרית לגבי הישר,

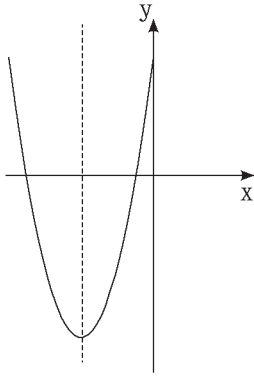
העובר דרך קודקוד הפרבולה ומקביל לציר

ה-y? אם כן, מהי משוואת הישר?

ב. עיינו בסעיף הקודם, וקבעו האם נכונה הטענה:

"ציר הסימטריה של הפרבולה, שמשוואתה  $y=a(x-p)^2+k$ , הוא  $x=p$ ."

תשובות: בעמ' 53



16. נתון גרף הפונקציה  $y=1.5(x+3)^2-8$ .

א. תארו במילים כיצד מתקבלת הפרבולה  $y=1.5(x+3)^2-8$  מהפרבולה

$$y=x^2$$

ב. כמה נקודות אפס יש לפרבולה זו? סמנו אותן

על ציר ה- $x$  באמצעות האותיות A ו-B.

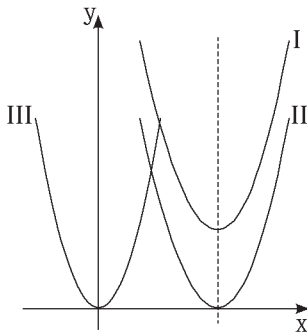
ג. באיזו נקודה חותך ציר הסימטריה של הפרבולה

את ציר ה- $x$ ? סמנו נקודה זו באות T.

ד. מה נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $y$ ?

ה. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

תשובות: בעמ' 53



17. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות:

$$f(x)=x^2$$

$$g(x)=\frac{1}{3}(x-10)^2$$

$$h(x)=\frac{1}{3}(x-10)^2+8$$

א. התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה.

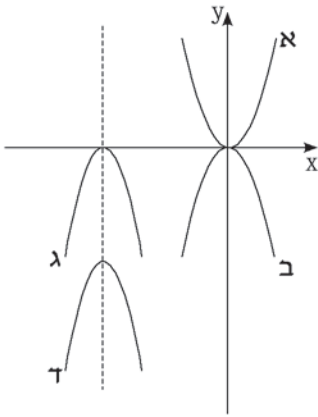
ב. העתיקו את הטבלה למחברתכם

והשוו בין התכונות של שלוש הפונקציות.

$h(x)=\frac{1}{3}(x-10)^2+8$	$g(x)=\frac{1}{3}(x-10)^2$	$f(x)=x^2$	הייצוג האלגברי של הפונקציה	
		(0;0)	שיעורי נקודת המינימום	(1)
		$x=0$	ציר הסימטריה	(2)
		$x<0$	תחום הירידה	(3)
		$x>0$	תחום העלייה	(4)
		(0;0)	נקודת החיתוך עם ציר ה- $y$	(5)
		(0;0)	נקודות האפס של הפונקציה	(6)
		כל $x$ פרט ל- $x=0$	תחום החיוביות	(7)
		אף $x$	תחום השליליות	(8)

תשובות: בעמ' 53

- 40 -



18. לפניכם גרפים של ארבע פונקציות:

$$f(x) = -x^2$$

$$g(x) = -2(x+7)^2$$

$$h(x) = x^2$$

$$t(x) = -2(x+7)^2 - 6$$

א. התאימו לכל גרף את הייצוג האלגברי שלו.

ב. העתיקו את הטבלה למחברתכם והשוו בין

התכונות של הפונקציות.

t(x)	g(x)	h(x)	f(x)	הייצוג האלגברי של הפונקציה	
				שיעורי נקודת הקודקוד	(1)
				ציר הסימטריה	(2)
				תחום הירידה	(3)
				תחום העלייה	(4)
				נקודת החיתוך עם ציר ה-y	(5)
				נקודות האפס של הפונקציה	(6)
				תחום החיוביות	(7)
				תחום השליליות	(8)

תשובות: בעמ' 54

19. נתונה הפונקציה  $y = 5(x-1)^2 + 3$ .

א. מהם שיעורי קודקוד הפרבולה?

ב. בצעו את הפעולות הבאות:

I. פשטו את הביטוי  $y = 5(x-1)^2 + 3$ , והציגו את הפונקציה בצורה  $y = ax^2 + bx + c$ .קבעו את ערכי  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .II. חשבו את שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה לפי הנוסחה  $x = -\frac{b}{2a}$  קודקודהסבר למציאת שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה  $y = ax^2 + bx + c$ , ראו בחלק

התיאורטי של הספר.)

III. היעזרו בסעיף ב' - I ו-II לצורך מציאת שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה.

IV. בדקו אם התקבלו אותם שיעורים של קודקוד הפרבולה כמו בסעיף א'.

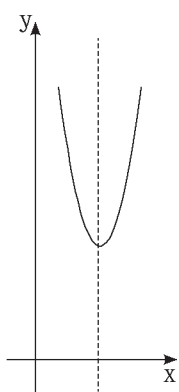
תשובות: בעמ' 54

20. נתונות שתי פונקציות:  $y = x^2 + 6x + 8$  ו-  $y = 2(x+3)^2 - 1$ .

ענו על השאלות הבאות:

- האם בשני המקרים מדובר באותה פרבולה? הסבירו.
- לאיזו מבין שתי הפרבולות מידת המתיחה גדולה יותר?
- האם לשתי הפרבולות יש אותו קודקוד? חשבו אותם.
- האם שתי הפרבולות ישרות או הפוכות? הסבירו.
- האם קודקודי שתי הפרבולות הם נקודות מינימום או מקסימום? הסבירו.

תשובות: בעמ' 54

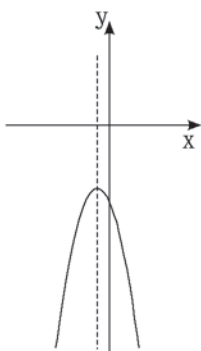


21. נתונה הפונקציה  $y = 5x^2 - 40x + 90$ .

- מהו קודקוד הפרבולה (השתמשו בנוסחה  $x_{\text{קוד}} = -\frac{b}{2a}$ )?
- מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?
- מהי נקודת החיתוך של ציר הסימטריה עם ציר ה- $x$ ?
- מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
- האם לפרבולה יש נקודות אפס?
- מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $y$ ?

תשובות: בעמ' 54

- 42 -

22. נתונה הפונקציה  $y = -3x^2 - 6x - 10$ .

- א. חשבו את שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה,  
 ב. מהו ציר הסימטריה של הפרבולה (רשמו נוסחה)?  
 ג. מהו שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה?  
 ד. האם הפרבולה ישרה או הפוכה?  
 ה. הסבירו באופן אלגברי (היעזרו במקדם המתיחה).  
 ו. האם לפרבולה יש נקודות אפס?  
 ז. מהם שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $y$ ?  
 ח. מהם תחומי העלייה והירידה של הפרבולה?  
 ט. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה?

תשובות: בעמ' 54

23. העתיקו את הטבלה למחברתכם והשלימו אותה בהתאם לדוגמה הפתורה בסעיף א'.

נוסחת ציר הסימטריה	סוג הקודקוד	שיעורי הקודקוד	סקיצה	סוג הפרבולה ישרה/הפוכה	הפרבולה	
$x=2$	מינימום	$(2; -1)$	∪	ישרה	$y=x^2-4x+3$	א.
					$y=x^2+2x+5$	ב.
					$y=-x^2+6x+5$	ג.
					$y=-x^2-4x-8$	ד.
					$y=-2x^2+10x-1$	ה.
					$y=4x^2+6x-3$	ו.
					$y=-x^2+x-3$	ז.
					$y=5x^2-10x-2$	ח.

תשובות: בעמ' 54

- 43 -

24. נתונה הפונקציה  $y = x^2 - 4x + 5$ .

- א. חשבו את שיעורי קודקוד הפרבולה.  
 ב. האם הפרבולה ישרה או הפוכה?  
 ג. האם קודקוד הפרבולה היא נקודת מינימום או נקודת מקסימום?  
 ד. סרטטו את הפונקציה. היעזרו בטבלה הבאה.

		קודקוד			
x					
y					

הדרכה: למילוי השורה של שיעורי ה- $x$  רשמו במקום המתאים את שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה, לאחר מכן רשמו שני ערכי  $x$  לפני הקודקוד (רצוי שני מספרים שלמים עוקבים הבאים לפניו) ושני ערכי  $x$  אחרי הקודקוד (רצוי שני מספרים שלמים עוקבים הבאים אחריו).  
 לדוגמה: אם שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה הוא  $x = 50$ , אזי תיראה הטבלה כך:

		קודקוד			
x	48	49	50	51	52
y					

- ה. לאחר סרטוט הפונקציה העבירו את ציר הסימטריה. מהי נוסחתו?  
 ו. מהם תחומי העלייה והירידה של הפרבולה?  
 ז. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה?  
**תשובות:** בעמ' 55

25. סרטטו גרף של הפונקציה  $y = -x^2 + 2x + 5$ .

		קודקוד			
x					
y					

- א. מהו ציר הסימטריה של הפרבולה?  
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפרבולה?  
 ג. מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $y$ ?  
 ד. האם יש לפרבולה נקודות אפס? אם כן, כמה?  
 ה. האם ייתכן שערך הפונקציה (כלומר ערך ה- $y$ ) יהיה שווה ל-7? הסבירו.  
**תשובות:** בעמ' 55



- 44 -

26. סרטטו גרף של הפונקציה  $y=2x^2+4x+1$ .

		קודקוד			
x					
y					

- א. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?  
 ב. האם נכונה הטענה: "הערך המינימלי של הפונקציה היא -4"?  
 אם לא, מהו הערך המינימלי של הפונקציה?  
 (תזכורת: ערך הפונקציה, פירושו ערך ה-y).

תשובות: בעמ' 55

27. ענת אמרה, כי בייצוג  $y=ax^2+bx+c$  של הפרבולה:

- I. לא ייתכן ש-  $a=0$ , כי אז הפונקציה לא תהיה ריבועית, כלומר תמיד מתקיים  $a \neq 0$ .  
 II. ייתכן ש-  $b=0$ , ואז הייצוג של הפרבולה יהיה מהסוג  $y=ax^2+c$  (סוג זה כבר למדנו).  
 III. ייתכן ש-  $c=0$ , ואז הייצוג של הפרבולה יהיה  $y=ax^2+bx$ .  
 IV. ייתכן ש-  $b=0$  וגם  $c=0$ , ואז הייצוג של הפרבולה יהיה  $y=ax^2$ .  
 אנו רואים, שבפונקציות הריבועיות, בסעיפים II-IV יכולים המקדמים  $b$  ו- $c$  להיות 0. לפניכם כמה פונקציות:  
 קבעו את המקדמים  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , וחשבו את שיעורי הקודקוד.

השתמשו בטבלת ערכים 

		קודקוד			
x					
y					

, סרטטו את הגרפים, וודאו שלמרות שיש פונקציות ריבועיות, שבהן  $b$  או  $c$  או שניכם שווים לאפס, בכל זאת מדובר בפרבולות.

א.  $y=x^2-4x$

ד.  $y=x^2+15$

ז.  $y=-5x^2$

ב.  $y=2x^2+10x$

ה.  $y=-4x^2+7$

ח.  $y=4x^2$

ג.  $y=-4x^2-12x$

ו.  $y=-x^2-3$

ט.  $y=-15x^2$

תשובות: בעמ' 55

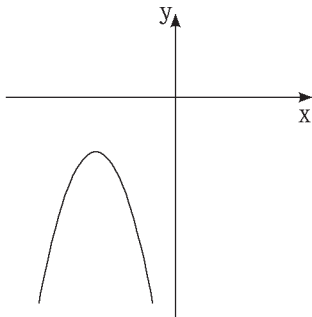
28. I. נתונות שלוש פונקציות. בנו טבלת ערכים וסרטטו אותן באותה מערכת צירים.

$$h(x) = x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = (x-1)^2 - 5, \quad f(x) = x^2 - 2x$$

II. התבוננו בסרטטים וענו על השאלות הבאות:

- א. מה תוכלו לומר על ציר הסימטריה של שלוש הפרבולות?
- ב. האם תחומי העלייה והירידה של שלוש הפרבולות זהים? אם כן, מהם התחומים? אם לא, הסבירו.
- ג. האם קודקודי שלוש הפרבולות זהים? אם כן, מהו קודקוד זה? אם לא, חשבו את הקודקוד של כל אחת מהפרבולות.
- ד. לאיזו משלוש הפרבולות אין נקודות אפס?
- ה. לאיזו משלוש הפרבולות יש נקודת מקסימום?

תשובות: בעמ' 56



29. נתונות ארבע פונקציות ריבועיות:

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 23$$

$$g(x) = 2x^2 + 12x + 23$$

$$h(x) = -2x^2 - 12x - 23$$

$$t(x) = 2x^2 - 12x + 23$$

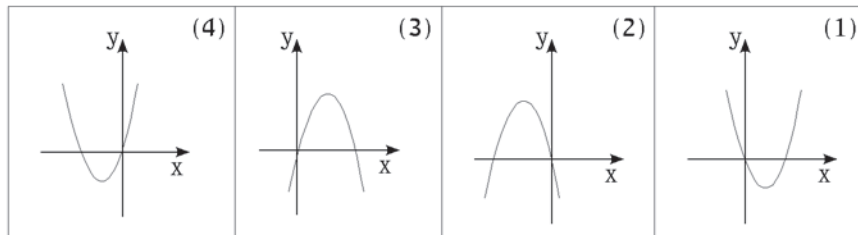
- א. איזו פונקציה מתאימה לפרבולה שבסרטוט?
- ב. לגבי הפרבולה שבסרטוט, ענו על השאלות הבאות:
  - I. מהו ציר הסימטריה של הפרבולה?
  - II. מהי מידת המתחה של הפרבולה?
  - III. מהם תחומי העלייה והירידה של הפרבולה?
  - IV. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפרבולה?
  - V. מהי נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-y?

תשובות: בעמ' 56

30. נתונות הפונקציות הבאות:

$$t(x) = x^2 - 6x, \quad h(x) = -x^2 - 6x, \quad g(x) = x^2 + 6x, \quad f(x) = -x^2 + 6x$$

I. התאימו לכל אחת מהפונקציות את אחת הפרבולות שבסרטוט.



II. ענו על השאלות הבאות:

- לאילו מבין הפרבולות יש אותו ציר סימטריה?
- לאילו מבין הפרבולות יש אותו קודקוד?
- איזו מבין הפרבולות עולה בתחום  $x < 3$  ויורדת בתחום  $x > 3$ ?
- איזו מבין הפרבולות עולה בתחום  $x < -3$  ויורדת בתחום  $x > -3$ ?
- אילו מבין הפרבולות עוברות דרך ראשית הצירים?

תשובות: בעמ' 56

31. נתונה הפונקציה  $y = (x-1)(x-5)$ .

- היעזרו בטבלה הבאה וסרטטו את גרף הפונקציה. ודאו שאכן מתקבלת פרבולה.

x	0	1	2	3	4	5
y						

- הסתמכו על הסרטוט שבסעיף א', וקבעו את שיעורי קודקוד הפרבולה.
- פשטו את נוסחת הפונקציה  $y = (x-1)(x-5)$ , והציגו אותה בצורת  $y = ax^2 + bx + c$ .
- היעזרו בייצוג שבסעיף ג', וחשבו את שיעורי קודקוד הפרבולה (היעזרו ב-  $x_{קודד} = -\frac{b}{2a}$ ). ודאו שאכן יתקבלו אותן תשובות כמו בסעיף ב'.
- היעזרו בסעיף א', וקבעו את ציר הסימטריה של הפרבולה, נקודות החיתוך עם הצירים, תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, ותחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

תשובות: בעמ' 56

32. נתונה הפונקציה  $y=(5-x)(x+1)$ .

- מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $x$ .
- היעזרו בסעיף הקודם, ומצאו את שיעור ה- $x$  של קודקוד הפרבולה.
- מצאו את שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה.
- מצאו את נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- $y$ .
- על-סמך הסעיפים הקודמים סרטטו סקיצה של הפרבולה. איזו פרבולה התקבלה: ישרה או הפוכה?
- הציגו את הפונקציה הנתונה בצורת  $y=ax^2+bx+c$ . מהו מקדם המתיחה? מה הקשר של מקדם זה עם התוצאה שבסעיף ה'?
- האם ניתן להציג את הפונקציה הנתונה גם בצורה  $y=-(x-5)(x+1)$  אם כן, מהם היתרונות בייצוג זה לעומת הייצוג הנתון?
- הציגו את הפונקציה בצורה  $y=a(x-p)^2+k$  (תזכורת: בייצוג זה  $(p;k)$  הם שיעורי קודקוד הפרבולה).
- פשטו את הנוסחה בייצוג שקיבלתם בסעיף ח', ובדקו אם מתקבל הייצוג שבסעיף ו'.
- קבעו את תחומי העלייה והירידה ואת תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

תשובות: בעמ' 56

33. נתונה הפונקציה  $y=2(x+1)(x-3)$ .

- מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
- היעזרו בסעיף א', ומצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה ואת סוגו (מינימום או מקסימום).
- הציגו את הפונקציה בשני הייצוגים:  $y=ax^2+bx+c$  ו-  $y=a(x-p)^2+k$ .
- מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ , וסרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
- מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?

תשובות: בעמ' 56

34. נתונה הפונקציה  $y=x^2-6x+8$ .

- א. הציגו את הפונקציה על-פי הייצוג  $y=a(x-m)(x-t)$ .  
 (הדרכה: היעזרו בביטוי  $x^2-6x+8 = x^2-6x+9-9+8$ , והשתמשו ב"השלמה לריבוע" כמוסבר בחלק התיאורטי.)
- ב. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה  $y=x^2-6x+8$ .  
 (הדרכה: היעזרו בסעיף א'.)
- ג. מצאו את שיעור ה- $x$  של הקודקוד בשתי דרכים:  
 (1) באמצעות הייצוג  $y=x^2-6x+8$ .  
 (2) בעזרת התוצאות של סעיף ב'.
- ד. הציגו את הפונקציה על-פי הייצוג  $y=a(x-p)^2+k$ .
- תשובות: בעמ' 56

35. נתונות הפונקציות הבאות:

$$(1) \quad y=x^2-8x+7$$

$$(2) \quad y=x^2-2x-8$$

$$(3) \quad y=x^2-2x-3$$

$$(4) \quad y=x^2-10x+16$$

לגבי כל אחת מהן:

- א. הציגו אותה על-פי הייצוג מהסוג  $y=a(x-m)(x-t)$ .
- ב. הציגו אותה על פי הייצוג מהסוג  $y=a(x-p)^2+k$ .
- ג. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

תשובות: בעמ' 56

36. נתונות הפונקציות הבאות:

$$(1) \quad y=(x-4)^2-9$$

$$(2) \quad y=2(x+2)^2-2$$

$$(3) \quad y=-3(x-5)^2+12$$

לגבי כל אחת מהן:

- א. הציגו אותה על-פי הייצוג מהסוג  $y=a(x-m)(x-t)$ .
- ב. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
- ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

תשובות: בעמ' 57

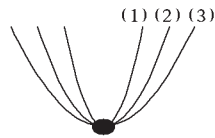
37. נתונות שלוש פונקציות:

$$g(x) = (x+2)(x+6)$$

$$f(x) = 2(x+4)^2 - 4$$

$$h(x) = 3x^2 + 24x + 44$$

א. הראו כי לשלוש הפונקציות יש אותו קודקוד.



ב. לפניכם סקיצות של שלוש הפונקציות.

התאימו לכל אחת מהן את הנוסחה שלה.

הסבירו את תשובתכם.

ג. האם, לדעתכם, יש לשלוש הפונקציות אותם תחומי עלייה וירידה? אם כן,

מה הם? הסבירו את תשובתכם.

ד. האם, לדעתכם, יש לשלוש הפונקציות אותם תחומי חיוביות ושליליות? אם כן,

מה הם? הסבירו את תשובתכם.

תשובות: בעמ' 57

38. נתון מספר.

\*

הגדילו את המספר הנתון ב-3, והתקבל מספר ראשון. הקטינו את המספר הנתון

ב-5 והתקבל מספר שני.

א. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שמכפלת שני המספרים החדשים שהתקבלו

תהיה 0?

ב. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שהמכפלה של שני המספרים הללו תהיה

הקטנה ביותר?

ג. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שהמכפלה של שני המספרים הללו תהיה

הגדולה ביותר?

ד. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שמכפלת שני המספרים תהיה חיובית?

ה. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שמכפלת שני המספרים תהיה שלילית?

\*\*ו. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שמנת שני המספרים תהיה חיובית?

\*\*ז. מה צריך להיות המספר הנתון, כדי שמנת שני המספרים תהיה שלילית?

תשובות: בעמ' 57