

מדינת ישראל	סוג הבחינה :	בגרות לבתי ספר על-יסודיים
משרד החינוך	מועד הבחינה :	דוגמה
	מספר השאלון :	035581, תכנית ניסוי
	נספח :	דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :
- בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – שאלות קצרות מכל הנושאים - $8*3$ - 24 נקודות
- פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה במישור, הסתברות - $19*2$ - 38 נקודות
- פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- $19*2$ - 38 נקודות
- ג. חומר עזר מותר לשימוש :
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות :
- (1) יש לכתוב את כל החישובים והתשובות במחברת הבחינה.
- (2) אין צורך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (3) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- (4) יש להסביר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (5) לטיוטה יש להשתמש בדפים שבמחברת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה !

פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

שאלה 1

א. בסדרה מתקיים $a_{n+1} = a_n + 3n + 3n^2$ (1) הוכח:

אם ידוע כי עבור k טבעי מסוים מתקיים: $a_k = k^3 - k + 2$ אז

$$a_{k+1} = (k+1)^3 - (k+1) + 2$$

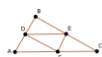
(2) האם מתשובתך לסעיף א(1) נובע:

שלכל n טבעי בסדרה, בהכרח מתקיים: $a_n = n^3 - n + 2$?

ב. בדוק נכונות / אי נכונות הטענה הבאה. אם הטענה נכונה – הוכח אותה, אם לא הצג דוגמה נגדית.

אם זוויות α ו β של משולש מקיימות את השוויון $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$ אז המשולש הוא שווה שוקיים.

ג. במשחק מחשב בכל שלב במשחק מופיעה דמות במקום אקראי על גבי משטח משולש. המשולש מחולק על ידי שלושת קטעי האמצעים ל-4 משולשים.



מהי ההסתברות שהדמות מופיעה בתוך המקבילית $DFCE$?

ד. לפניך שלוש פונקציות:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x + 1)(x + 2)} \quad ; \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$h(x) = \frac{x^3 - 1}{(x - 2)(x + 1)}$$

לאיזו מהן התכונה הבאה:

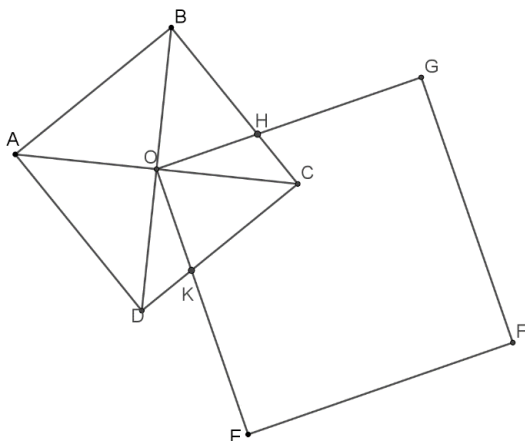
לפונקציה יש שתי נקודות אי הגדרה, אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת.

נמק בחירתך על ידי הסבר להתאמה ועל ידי פסילת האחרות.

פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 2

אלכסוני הריבוע $ABCD$ נפגשים בנקודה O . הנקודה O היא קודקוד הריבוע $OEFG$ ששתיים מצלעותיו חותכות את צלעות הריבוע $ABCD$ בנקודות H ו- K כמתואר בסרטוט.



א. הוכח כי $\triangle OKD \cong \triangle OHC$.

ב. מהו היחס בין שטח הריבוע $ABCD$ לשטח המרובע OHC ?

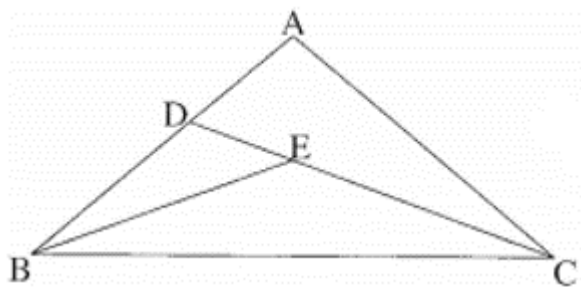
ג. הוכח כי את המרובע OHC ניתן לחסום במעגל.

ד. שטח הריבוע $ABCD$ הוא $2,64$, $CH = 2$. מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע OHC .

שאלה 3 (מתוך בגרות חורף תשע"ו שאלה 5)

במשולש שווה-שוקיים ABC ($AC = AB$) זווית הבסיס היא $2a$.

הנקודה E היא מפגש חוצי-הזווית במשולש ABC . המשך CE חותך את הצלע AB בנקודה D (ראה ציור).



נתון: $\angle BAC > 90^\circ$, $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin a}$.

א. מצא את a .

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC ובין רדיוס המעגל החסום במשולש ABC .

ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC ובין רדיוס המעגל החסום במשולש ABC הוא 2 ס"מ. מצא את אורך הקטע AE .

שאלה 4

במחנה הקיץ של הצופים, חלק מהחניכים חובשים כובעים אדומים. אם בוחרים באקראי 6 חניכים ההסתברות שבדיוק 3 מהם חובשים כובעים אדומים מהווה $\frac{8}{9}$ מההסתברות שבדיוק שניים מהם חובשים כובעים אדומים.

א. בוחרים באקראי חניך. מהי ההסתברות שהוא חובש כובע אדום?

ב. נבחרו באקראי 6 חניכים.

(1) מהי ההסתברות שרוב החניכים שנבחרו אינם חובשים כובעים אדומים?

(2) מהי ההסתברות שהחניך שנבחר שני חובש כובע אדום, אם ידוע שרוב החניכים

שנבחרו אינם חובשים כובעים אדומים?

(3) מהי ההסתברות שרוב החניכים שנבחרו אינם חובשים כובעים אדומים, אם ידוע

שהחניך הראשון שנבחר חובש כובע אדום?

פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 5

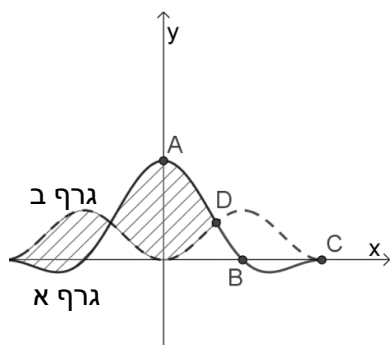
נתונות הפונקציות: $f(x) = \sin^2 x - \sin x$, $g(x) = f(x - \frac{\pi}{2})$

א. קבע עבור כל אחת מהפונקציות: האם היא זוגית? אי-זוגית? אחרת? נמק קביעותיך.

ב. בסרטוט שלפניך שני גרפים. אחד מתאים לפונקציה $g(x)$ והשני מתאים לאחת

מהפונקציות:

$$h(x) = a \cdot \sin^2 x \text{ או } k(x) = a \cdot \cos^2 x$$



(1) קבע איזה גרף מתאים לפונקציה $g(x)$ ולאילו פונקציה

$h(x)$ או $k(x)$ מתאים הגרף השני. נמק קביעותיך.

(2) ידוע כי שיעורי הנקודה D , נקודת החיתוך בין שני

הגרפים, הקרובה ביותר לציר ה- y מימינו, הם: $(\frac{\pi}{3}, \frac{3}{4})$.

מצא את הערך של הפרמטר a .

(3) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C שבסרטוט (נקודות חיתוך עם הצירים של גרף א

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ג. חשב את גודל השטח המסומן בסרטוט. פרט שיקולייך.

שאלה 6 (מתוך בגרות חורף תשע"ט שאלה 2 ללא סעיף ד)

נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, \dots, a_{2n+3}$ ובה $2n + 3$ איברים (n הוא מספר טבעי).

סכום הסדרה גדול פי 43 מן האיבר האמצעי. האיבר האמצעי שונה מ-0.

א.

(1) הראה כי סכום הסדרה שווה ל- $(2n + 3) \cdot a_{n+2}$

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה.

ב. ידוע כי בסדרה הנתונה סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים גדול ב-40 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.

(1) מצא את האיבר האמצעי.

(2) מצא את סכום הסדרה.

נתון כי הפרש הסדרה הנתונה הוא $-a_1$.

ג. קבע אם הסדרה עולה או יורדת.

שאלה 7

א. נתונה הפונקציה $h(x) = ax^3 - 1$.

היעזר בפונקציה $y = x^3$ וסרטט סקיצה לגרף הפונקציה עבור: $a > 0$ ועבור $a < 0$.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{ax^3 - 1}$, $a > 0$.

ענה על סעיף ב. אם יש צורך הבע בעזרת a .

ב.

(1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון $a = 1$. מהו נפח גוף הסיבוב הנוצר מסיבוב סביב ציר ה- x של השטח המוגבל על

ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x ועל ידי האנך לציר ה- x בנקודת הקיצון של

הפונקציה?

בהצלחה!

נכתב בשיתוף עם המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך