

מדינת ישראל	סוג הבחינה :	בגרות לבתי ספר על-יסודיים
משרד החינוך	מועד הבחינה :	דוגמה
	מספר השאלון :	035581, תכנית ניסוי
	נספח :	דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :
- בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – שאלות קצרות מכל הנושאים -  $8 \times 3$  - 24 נקודות
- פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה במישור, הסתברות -  $19 \times 2$  - 38 נקודות
- פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- $19 \times 2$  - 38 נקודות
- ג. חומר עזר מותר לשימוש :
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות :
- (1) יש לכתוב את כל החישובים והתשובות במחברת הבחינה.
- (2) אין צורך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (3) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- (4) יש להסביר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (5) לטיוטה יש להשתמש בדפים שבמחברת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה !**

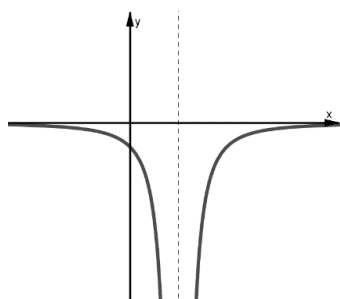
## פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

### שאלה 1

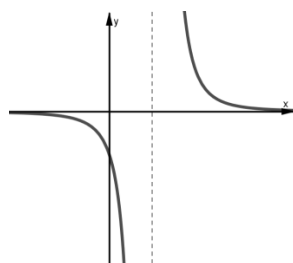
א. נתונה הסדרה:  $a_n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{6})$ ,  $n$  טבעי.

- (1) רשום שלושה איברים ראשונים בסדרה.
- (2) מצא את הסכום של 2019 האיברים הראשונים בסדרה.

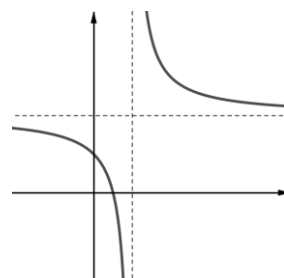
ב. לפניכם שלושה גרפים. הגרפים מתאימים לפונקציה  $f(x)$  ולשתי הנגזרות הראשונות שלה:  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ . לשלוש הפונקציות תחום הגדרה זהה. איזה גרף מתאים לכל אחת מהן? נמק טענתך.



גרף ג



גרף ב



גרף א

ג. נתונות שתי סדרות:  $a_n = n^2 + 2n$ ,  $b_{n+1} = b_n + 2n + 3$  ו-  $b_1 = 3$ .

(1) הראה כי  $a_1 = b_1$ . האם  $a_2 = b_2$ ? האם  $a_4 = b_4$ ?

(2) האם הסדרות זהות? אם לא, תן דוגמה.

אם כן, הוכח כי לכל  $n$  טבעי מתקיים  $a_n = b_n$ .

ד. נתון כי  $f(x)$  היא פונקציה זוגית.

אלו מהפונקציות הבאות הן בהכרח זוגיות. נמק את קביעותך.

$$g(x) = f(x) + 1 \quad (1)$$

$$h(x) = f(x + 1) \quad (2)$$

$$k(x) = \sqrt{f(x)} \quad (3)$$

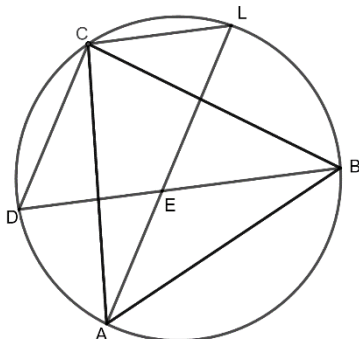
**פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:**

**שאלה 2 (מתוך תכנית הלימודים – מתבסס על שאלה 4 מתוך מועד חורף תשע"ד)**

משולש שווה צלעות  $ABC$  חסום במעגל.

נקודות  $D$  ו- $L$  נמצאות על המעגל כך ש-  $BD \parallel LC$ .

המיתרים  $AL$  ו- $BD$  נחתכים בנקודה  $E$  (ראה ציור).



א. הוכח כי המרובע  $LEDC$  הוא מקבילית.

ב. אילו מן התוצאות שלהלן ניתן להסיק בוודאות מהנתונים:

(1) המשולש  $ADE$  שווה צלעות.

(2) המשולש  $CDE$  שווה צלעות.

(3) המשולש  $BCD$  הוא ישר זווית.

ג. מה ניתן יהיה לומר על הנקודה  $E$ , אם  $BD$  הוא קוטר? נמק.

**שאלה 3**

משולש  $ABC$  הוא ישר זווית  $\sphericalangle C = 90^\circ$ .

הנקודה  $E$  היא אמצע הצלע  $AB$ . הנקודה  $D$

נמצאת על הצלע  $BC$  כך ש-  $AD = DB$ .

נסמן:  $DB = 4x$ .

נתון גם:  $\frac{CD}{DB} = \frac{3}{4}$ , הנקודה  $M$  היא אמצע הקטע  $AD$ .

א. הוכח:  $ME = CM$ .

ב. חשב את הגודל של הזוויות  $ABC$  ו- $ADC$ .

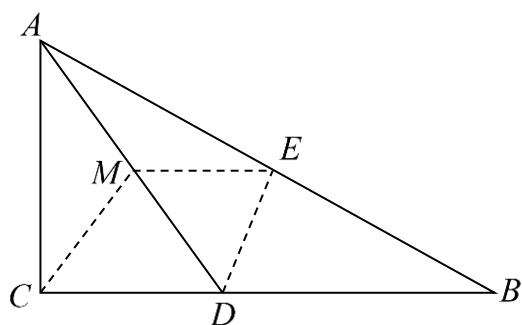
ג. בדוק נכונות/אי נכונות הטענות הבאות. נמק.

i. המרובע  $ACDE$  הוא בר חסימה במעגל.

ii. במרובע  $CMED$  ניתן לחסום מעגל.

ד. שטח המשולש  $ACB$  הוא  $\frac{63\sqrt{7}}{8}$  סמ"ר. חשב את אורך הצלע  $DB$  ואת שטח המשולש

$ADB$ .



#### שאלה 4

בדיקה רפואית גילתה אצל אדם סימנים למחלה נדירה שקיימת רק אצל אחד מכל אלף אנשים. הבדיקה, כמו בדיקות רפואיות רבות, אינה אמינה לחלוטין: היא מאתרת נכון 98% מהחולים ו- 96% מהבריאים. כלומר, היא מחטיאה 2% מהחולים וממיינת, בטעות, 4% מהבריאים כחולים.

- א. לאור הידיעה על כך שהמחלה נדירה ושהאמינות של הבדיקה אינה מושלמת, מה ההסתברות שאדם שנבדק בבדיקה ואובחן כחולה, אכן חולה?
- ב. אנשים עלו במדגם של מחקר רפואי ועברו את הבדיקה:
- (1) מה ההסתברות, ללא קשר לבדיקה, שכל 5 הנבדקים בריאים?
- (2) מה ההסתברות שכל 5 הנבדקים יאובחנו כבריאים בבדיקה הנ"ל?
- ג. כיצד תשתנה תשובתך לסעיף א אם ידוע שהאדם שעבר את הבדיקה שיך לאוכלוסייה שבה המחלה אינה קיימת כלל?

**פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:**

**שאלה 5**

הפונקציה  $f(x)$  זוגית ומוגדרת לכל  $x$ .

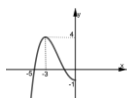
לפניך הגרף של  $f(x)$  בתחום:  $-7 < x < 0$

א. סרטט את הגרף של הפונקציה  $\frac{1}{f(x)}$  בתחום

$-7 < x < 7$  ורשום את שיעורי נקודות הקיצון

של הפונקציה  $\frac{1}{f(x)}$  בתחום זה ואת

האסימפטוטות המקבילות לצירים (אם הן קיימות).



עבור הסעיפים הבאים ידוע בנוסף כי עבור פונקציה נוספת  $g(x)$  מתקיים:

$$-f(x) = g'(x)$$

ב. סרטט את הגרף השלם של הפונקציה  $g'(x)$ . פרט בקצרה שיקוליך.

ג. היעזר בנתונים שבסרטוט, רשום את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של  $g(x)$  וקבע את סוגן. נמק בקצרה.

ד. היעזר בנתונים שבסרטוט ורשום את תחומי הקעירות כלפי מעלה של  $g(x)$ . נמק בקצרה.

ה. סרטט גרף עבור  $g''(x)$  (הנגזרת השנייה של  $g(x)$ ). נמק בקצרה.

ו. מהו גודל השטח הכלוא בין הגרף של  $g''(x)$  לבין ציר ה- $x$  ברביע השלישי? נמק.

### שאלה 6 (מתוך בגרות חורף תשע"ח שאלה 6)

$$g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}, f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$$

נתונות הפונקציות  $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$ ,  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$  ענה על סעיף א עבור התחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה-

$x$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ענה גם על סעיף ב עבור תחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

ב.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) הוכח:  $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ג. מצא את ערך הביטוי

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$$

נמק את תשובתך.

## שאלה 7 (מתוך בגרות קיץ תשע"ט מועד א' שאלה 2)

$a_n$  היא סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא  $q$ .  $|q| \neq 1$ .

$$\text{נתון: } a_3 \cdot a_7 = 1.$$

א. חשב את  $a_5$  (מצא את שתי האפשרויות).

$$\text{נתון } a_5 > 0.$$

ב.

(1) הבע את  $a_1$  באמצעות  $q$ .

(2) האם קיים  $n$  טבעי שעבורו  $a_n = \frac{1}{a_1}$ ? אם כן – מצא אותו. אם לא – נמק.

(3) האם קיים  $n$  טבעי שעבורו  $a_n = \frac{1}{a_{13}}$ ? אם כן – מצא אותו. אם לא – נמק.

ג.

(1) הבע באמצעות  $q$  את 7 האיברים הראשונים של הסדרה  $a_n$ .

(2) נתון:  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 1$  (הוא מספר טבעי).

מצא את הערך של  $k$  והסבר מדוע הוא הערך האפשרי היחיד של  $k$ .

## בהצלחה!

נכתב בשיתוף עם המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך