

מדינת ישראל	סוג הבחינה :	בגרות לבתי ספר על-יסודיים
משרד החינוך	מועד הבחינה :	דוגמה
	מספר השאלון :	035581, תכנית ניסוי
	נספח :	דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :
- בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – שאלות קצרות מכל הנושאים -  $8*3$  - 24 נקודות
- פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה במישור, הסתברות -  $19*2$  - 38 נקודות
- פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- $19*2$  - 38 נקודות
- ג. חומר עזר מותר לשימוש :
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות :
- (1) יש לכתוב את כל החישובים והתשובות במחברת הבחינה.
- (2) אין צורך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (3) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- (4) יש להסביר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (5) לטיוטה יש להשתמש בדפים שבמחברת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה !**

## פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

### שאלה 1

א. משולש חסום במעגל שאורך הרדיוס שלו 6 ס"מ. אורך אחת הצלעות של המשולש: 4 ס"מ.

(1) כמה משולשים כאלה יש?

(2) מצא את אורך השוק במשולש שווה שוקיים שמקיים את התנאים הנ"ל. הבחן בין שני מקרים.

ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^5 + 3x + 1$ .

(1) מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם קיימים)? הוכח קביעתך.

(2) הסתמך על תשובתך, וקבע כמה פעמים חותך גרף הפונקציה את ציר ה- $x$ . נמק קביעתך.

ג. הגרף המצורף מתאר את גרף הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $0 < x < 9$ .

נתון:  $f(2) = -10, f(4) = -1, f(6) = 0, f(8) = 2$

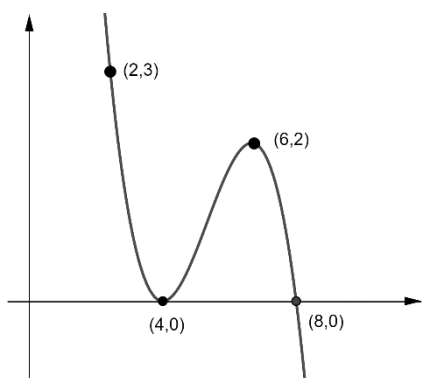
(1) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון? אם כן – רשום

את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. נמק.

(2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? אם כן – רשום

את שיעורי נקודות הפיתול ואת משוואות המשיקים

העוברים דרכן.



ד. נתונה סדרה הנדסית אינסופית, שאיבריה הם:  $a_1, a_2, a_3$ . כל האיברים בסדרה שונים מ-0.

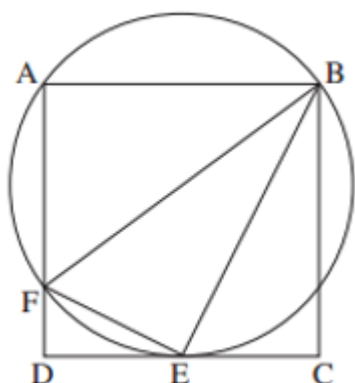
מגדירים סדרה חדשה בה מתקיים:  $b_n = \frac{1}{a_n}$  לכל  $n$  טבעי.

(1) הוכח כי גם הסדרה החדשה היא סדרה הנדסית.

(2) האם ייתכן כי שתי הסדרות הן סדרות אינסופיות מתכנסות? הסבר תשובתך.

**פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:**

**שאלה 2 (מתוך שאלון 035005 מועד ב' 2013 שאלה 3)**



נתון ריבוע ABCD ונתון מעגל.

הקדקודים A ו-B של הריבוע נמצאים על המעגל.

הצלע DC משיקה למעגל בנקודה E.

הצלע AD חותכת את המעגל בנקודה F (ראה ציור).

א. הוכח  $\triangle EDF \sim \triangle BEF$ .

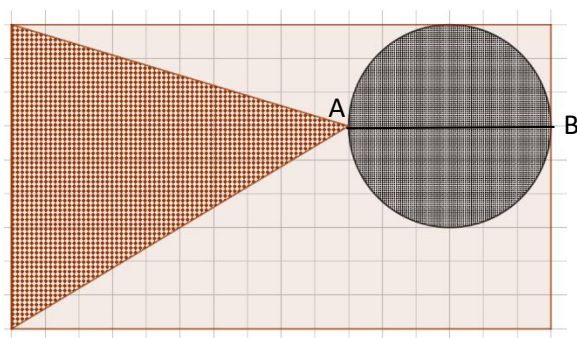
ב. נתון: האורך של רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ,  $FD = 2$  ס"מ.

חשב את האורך של EF.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע הנתון.

**שאלה 3**

נתון לוח המשחק הבא:



הלוח מלבני, אורכי צלעותיו: 16 ס"מ ו-9 ס"מ.

על הלוח מסורטטים עיגול, ומשולש.

העיגול משיק לשתי צלעות של המלבן, ואורך

הרדיוס שלו 3 ס"מ. צלע אחת של המשולש

מתלכדת עם הצלע הקצרה של המלבן והקודקוד

השלישי של המשולש נמצא בקצה הקוטר AB של המעגל. הנקודה B היא נקודת ההשקה

של העיגול עם הצלע הקצרה של המלבן.

מטילים חרוז קטן מאד על הלוח. (החרוז תמיד פוגע בלוח).

א. מהי ההסתברות שהחרוז יפגע בנקודה שהיא מחוץ לעיגול ומחוץ למשולש?

ב. מטילים את החרוז 4 פעמים בזו אחר זו. מהי ההסתברות שהוא יפגע: בפעם

הראשונה ובפעם האחרונה בעיגול, בפעם השנייה במשולש ובפעם השלישית

במשולש?

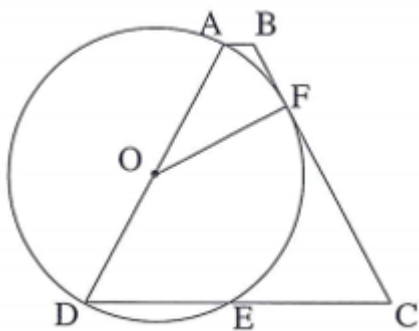
ג. מטילים את החרוז 6 פעמים.

(1) מהי ההסתברות שברוב הפעמים הוא פגע בעיגול?

(2) ידוע שברוב הפעמים החרוז פגע בעיגול, מהי ההסתברות שהוא פגע בעיגול

בפעם הראשונה?

**שאלה 4 (מתוך בגרות קיץ מועד ב' תשע"ג שאלה 6)**



נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ( $AD = BC$ ).

השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O.

השוק BC משיקה למעגל בנקודה F.

המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E (ראה ציור).

נתון:  $\angle BCD = \alpha$ .

א. הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית FOD.

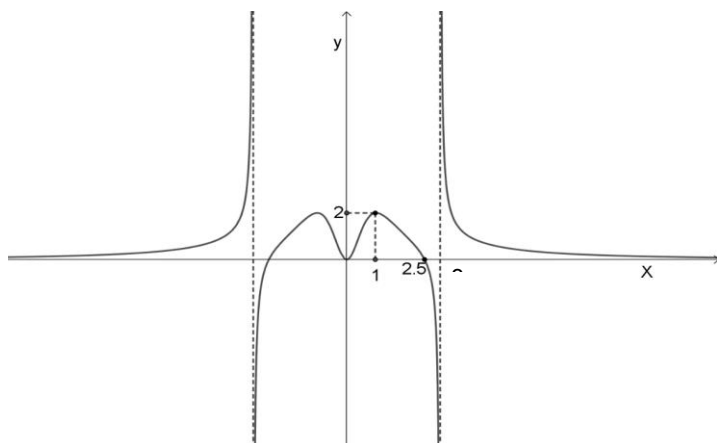
ב.

(1) הבע באמצעות  $\alpha$  את גודל הזווית ODF.

(2) הבע באמצעות  $\alpha$  את היחס  $\frac{DE}{DC}$ .

**פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:**

**שאלה 5**



בסרטוט שלפניך מוצג גרף הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה  $f(x)$ .

הגרף סימטרי ביחס לציר ה- $y$ .

הישר  $x = 3$  הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.

לפונקציה  $f(x)$  ולנגזרתה יש תחום הגדרה זהה.

- א. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ב. מהם שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ? ציין את סוגן.
- ג. כמה נקודות פיתול יש לפונקציה? רשום את שיעורי ה- $x$  שלהן.
- ד. נתון:  $f(1) = 3$ . מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $(1, 3)$ ?
- ה. ידוע כי  $f(x)$  היא פונקציה אי זוגית. מהי משוואת המשיק ל- $f(x)$  בנקודה בה  $x = 0$ ?
- ו. חשב את הערך של האינטגרל הבא:  $\int_{-2.5}^1 f''(x) dx$ .

## שאלה 6

נתונות הפונקציות:  $f(x) = 2\sin^2 2x$ ,  $g(x) = \cos 4x - 1$ .

א. מצא בין ארבעת הגרפים הבאים את הגרף המתאים לכל אחת מהפונקציות, נמק קביעתך.



גרף ב



גרף א



גרף ד



גרף ג

ב. מצא את הערך של  $c$ , אם ידוע כי:  $f(x) + c \cdot g(x) = 0$ .

ג. נתון:  $\int_0^\pi f(x) dx = a$

בכמה גדול  $\int_0^\pi f(x) dx$  מ-  $\int_0^\pi g(x) dx$ . נמק תשובתך. (אין חובה לחשב במפורש את שני האינטגרלים).

ד. חשב את נפח גוף הסיבוב שנוצר מסיבוב סביב ציר ה- $x$  של גרף הפונקציה  $\sqrt{f(x)}$  בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

ה. רשום ביטוי אפשרי לכל אחת משתי הפונקציות שהגרפים שלהן מופיעים בסעיף א ושאין מתאימות לפונקציות הנתונות  $f(x) - 1$  ו-  $g(x)$ , אם ידוע שניתן לקבלן על ידי הזזה ו/או שיקוף ביחס לציר ה- $x$  מהפונקציות הנתונות. הסבר בחירותיך.

## שאלה 7 (מתוך בגרות קיץ תשע"ד מועד א' שאלה 2)

בסדרה חשבונית יש  $3n$  איברים.

סכום  $n$  האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום  $n$  האיברים הקודמים להם.

א. הוכח שסכום  $n$  האיברים הראשונים הוא 0.

ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0.

סכום כל איברי הסדרה הוא 726.

מצא את הפרש הסדרה.

## בהצלחה!

נכתב בשיתוף עם המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך