

מדינת ישראל	סוג הבחינה :	בגרות לבתי ספר על-יסודיים
משרד החינוך	מועד הבחינה :	דוגמה
	מספר השאלון :	035581, תכנית ניסוי
	נספח :	דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון – שאלות קצרות מכל הנושאים - $8*3$ - 24 נקודות
פרק שני – גאומטריה, טריגונומטריה במישור, הסתברות - $19*2$ - 38 נקודות
פרק שלישי – סדרות, אינדוקציה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- $19*2$ - 38 נקודות
- ג. חומר עזר מותר לשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) יש לכתוב את כל החישובים והתשובות במחברת הבחינה.
(2) אין צורך להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(3) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
(4) יש להסביר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(5) לטיוטה יש להשתמש בדפים שבמחברת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

פרק ראשון: ענה על שלושה מארבעת הסעיפים בשאלה 1.

שאלה 1

א. נתונה $f(x)$, פונקציה המוגדרת לכל x .

חלק מגרף הפונקציה מוצג בסרטוט כאשר $x \geq 0$.

(1) השלם את הסרטוט אם הפונקציה היא זוגית.

(2) האם ייתכן שהפונקציה היא אי-זוגית?



ב.

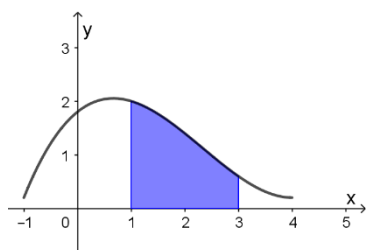
(1) הוכח כי בסדרה הנדסית a_n לכל $n > k > 0$ מתקיים: $a_n^2 = a_{n+k} \cdot a_{n-k}$

(2) בסדרה הנדסית יש $2n + 1$ איברים. מכפלת איברי הסדרה היא 387,420,489, האיבר

האמצעי שווה ל-9. חשב את מספר האיברים בסדרה.

ג. מצא את הערכים האפשריים של x עבורם ערכו של הסכום האינסופי הבא:

$$\cos x - \cos^2 x + \cos^3 x - \dots \dots \dots \text{ הוא } \frac{1}{3}.$$



ד. נתון $\int_1^3 f(x)dx = S$

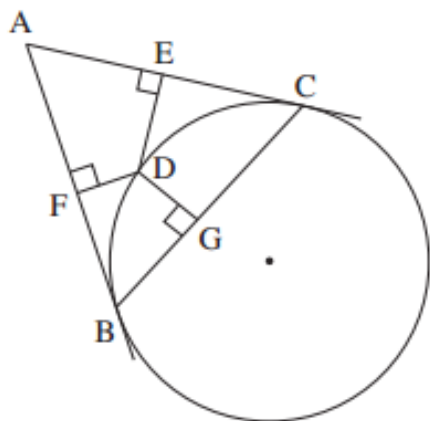
אם ניתן, רשום ביטוי לערכים של האינטגרלים הבאים: נמק קביעתך.

1. $\int_4^6 f(x - 3)dx$
2. $\int_{-1}^1 f(x + 3)dx$
3. $\int_1^3 f(x - 3)dx$
4. $\int_2^4 f(x - 1)dx$

פרק שני: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 2 (מתוך תכנית הלימודים - וריאציה של שאלה 3 מתוך שאלון 035005, חורף 2012)

מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות B ו- C . מנקודה D שעל הקשת הקטנה BC , מורידים אנכים ל- AC ול- BC . האנכים חותכים את AC , את BC בנקודות E , F , ו- G בהתאמה (ראו ציור).



א. הוכח כי $\triangle DFB \sim \triangle GDC$.

ב. הוכיחו $\angle BDG = \angle EDC$.

האם ניתן להסיק שהזוויות $\angle BDG$ ו- $\angle EDC$ קדקודיות?

ג. הוכח כי: $DF \cdot DE = DG^2$.

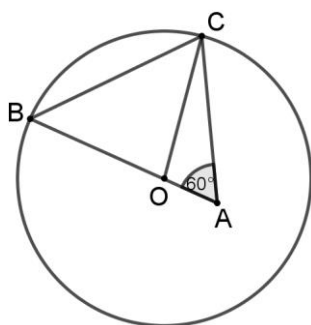
ד. האם יתכן ש- DG ממוצע גאומטרי של הקטעים שהוא מקצה על הבסיס? (כלומר $BG \cdot GC = DG^2$). נמק.

שאלה 3

הקודקודים B ו- C של משולש ABC נמצאים על מעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

מרכז המעגל נמצא על הצלע AB .

המשך הצלע AB פוגש את המעגל בנקודה D .



נתון: $\angle BDC = \alpha$

$\angle CAB = 60^\circ$

א. בטא באמצעות R ו- α את BC .

ב. בטא באמצעות R ו- α את AO .

ידוע שהיחס בין שטח המשולש OBC לשטח המשולש AOC הוא $\sqrt{3}$.

ג. (1) חשב את גודל הזווית α .

(2) מצא את היחס בין שטח המשולש ACD לשטח המשולש ACO .

שאלה 4

בבית ספר תיכון ערכו שני מבחנים לקראת קבלה לכיתה המדעית.

70% מהתלמידים עברו את המבחן הראשון. ידוע, כי אם בוחרים באקראי תלמיד, ההסתברות שהוא הצליח רק במבחן הראשון קטנה פי 4 מההסתברות שהוא הצליח בשני המבחנים.

40% מהתלמידים שלא עברו את המבחן הראשון, לא עברו את המבחן השני.

- א. בוחרים באקראי תלמיד מבין אלה שעברו את המבחן השני. מה ההסתברות שהוא לא עבר בהצלחה את המבחן הראשון?
- ב. בוחרים באקראי 6 מכלל תלמידי בית הספר. מהי ההסתברות ששליש מהם עברו את שני המבחנים.

פרק שלישי: ענה על שתיים משלוש השאלות הבאות:

שאלה 5

נתונה הפונקציה: $g(x) = \sqrt{x^2 + 3}$.

- א. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה ב- $x = 1$.
בסרטוט שלפניך מתואר **גרף** הפונקציה:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

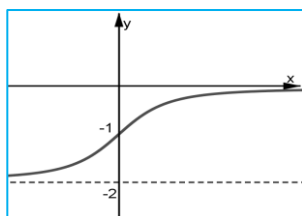
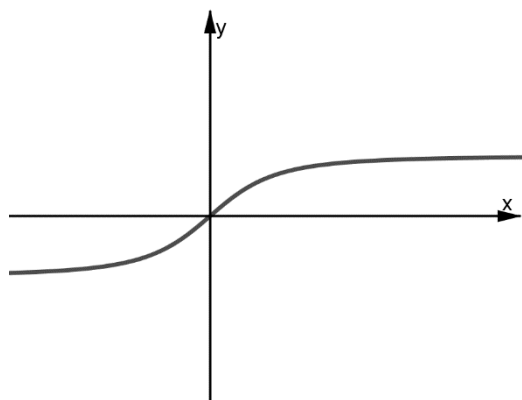
- ב. רשום את המשוואות של האסימפטוטות המקבילות לצירים, אם קיימות.

- ג. לגרף הפונקציה העבירו **ברביע הראשון** משיק ששיפועו $\frac{3}{8}$.

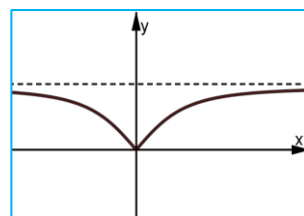
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק הנ"ל וציר ה- y .

רשום תשובתך באמצעות שורשים או בהצגה עשרונית עם שלוש ספרות לאחר הנקודה העשרונית.

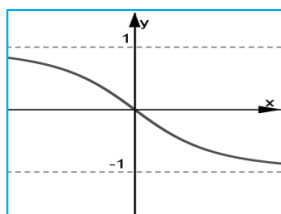
- ד. היעזר בפונקציה הנתונה ובסרטוט הגרף שלה, ורשום הצגה אלגברית אפשרית לכל אחת משלוש הפונקציות המתאימות לארבעת הגרפים א, ב, ג, ד המוצגים בסרטוטים שלפניך. נמק.



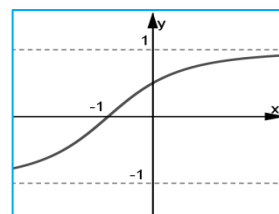
גרף ב



גרף א



גרף ד



גרף ג

שאלה 6

נתונה הסדרה החשבונית הבאה: $4, 9, 14, 19, \dots$

נסמן ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנ"ל.

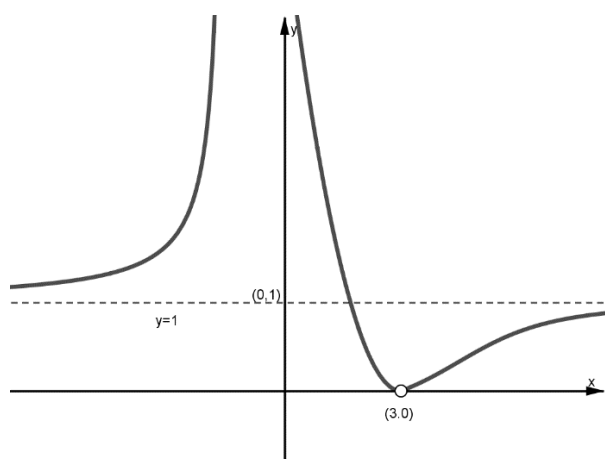
א. הבע באמצעות n את S_n .

ב. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת, כי עבור כל n טבעי מתקיים:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \frac{n(n+1)(5n+7)}{6}$$

ג. חשב את ערך הסכום הבא: $S_4 + S_5 + \dots + S_{16}$

שאלה 7



בסרטוט מתואר גרף של פונקציה $f(x)$

שלא מוגדרת רק עבור $x = 3$ ו- $x = 0$.

האסימפטוטות של הפונקציה הן $x = 0$

ו- $y = 1$

א. נתון כי הגרף מתאים לפונקציה:

$$f(x) = \frac{(x-a)^3}{bx^3 - 3x^2}$$

היעזר בנתונים שבסרטוט ומצא את הערכים של הפרמטרים a ו- b .

פרט שיקולך.

ב. הצב את הערכים של a ו- b שמצאת בסעיף א ומצא את משוואת המשיק לגרף

הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם האסימפטוטה האופקית.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$: $g(x) = f(x-k) + k$, $k > 0$

האם ייתכן ששתי האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ נחתכות בנקודה $(5,5)$? אם כן –

מהו הערך של k אם לא – נמק קביעתך.

מבחן לדוגמה במתמטיקה, קיץ תש"ף, שאלון 035581, תכנית ניסוי

בהצלחה!

נכתב בשיתוף עם המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך